

Edmundo Tulcanaza

Avaliação de empreendimentos e recursos minerais



oficina de textos

Edmundo Tulcanaza

Avaliação de empreendimentos e recursos minerais

tradução | Cecília de Souza Leite Floresta

oficina de textos

Copyright © 2015 Oficina de Textos

Grafia atualizada conforme o Acordo Ortográfico da Língua Portuguesa de 1990, em vigor no Brasil desde 2009.

Conselho editorial Arthur Pinto Chaves; Cylon Gonçalves da Silva;
Doris C. C. Kowaltowski; José Galizia Tundisi;
Luis Enrique Sánchez; Paulo Helene;
Rozely Ferreira dos Santos; Teresa Gallotti Florenzano.

Capa e projeto gráfico Malu Vallim
Diagramação Alexandre Babadobulos
Preparação de figuras Renata Prilip
Preparação de textos Hélio Hideki Iraha
Revisão de textos Ana Paula Ribeiro
Revisão técnica Arthur Pinto Chaves e Carlos Enrique Arroyo Ortiz
Tradução Cecília de Souza Leite Floresta
Impressão e acabamento Intergraf

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Tulcanaza, Edmundo
Avaliação de empreendimentos e recursos
minerais / Edmundo Tulcanaza ; tradução Cecília
de Souza Leite Floresta. -- São Paulo : Oficina de Textos, 2015.
Título original: Evaluación de recursos y negocios mineros

Bibliografia.
ISBN 978-85-7975-189-9

1. Depósitos minerais - Métodos estatísticos
2. Empreendimentos 3. Indústria mineira - Aspectos
econômicos 4. Minas e recursos minerais -
Avaliação - Métodos estatísticos I. Título.

15-08220

CDD-333.85

Índices para catálogo sistemático:

1. Recursos e empreendimentos minerais :
Avaliação : Modelos econômico-financeiros
333.85

Todos os direitos reservados à Editora Oficina de Textos
Rua Cubatão, 959
CEP 04013-043 São Paulo SP
tel. (11) 3085 7933 fax (11) 3083 0849
www.ofitexto.com.br atend@ofitexto.com.br

PRÓLOGO À EDIÇÃO BRASILEIRA

Nos últimos quinze anos, os recursos minerais sofreram mudanças substanciais que, de uma forma ou de outra, tornaram possível a sua revalorização. Atualmente, são muitos os profissionais interessados na pesquisa e descoberta de corpos mineralizados, no desenvolvimento e exploração de minas, na viabilidade, construção e produção de novos depósitos minerais: os investidores, com as atentas observações do mercado; os trabalhadores, na esperança de melhores condições de vida; o Estado, com seus impostos e *royalties*; e as comunidades, com petições sociocomunitárias e a preocupação com a proteção ambiental. Todos desejam e se esforçam para conhecer os avanços conquistados no desenvolvimento de trabalhos que têm melhorado a qualidade de recursos e reservas, seus riscos, oportunidades, potencial e vulnerabilidade dos negócios em projeção.

Assim, é de suma importância que as informações levadas a público pelos profissionais da área reflitam confiabilidade, transparência e um claro respaldo. Portanto, desde as incertezas iniciais que permeiam os primeiros estudos geológicos até a declaração de reservas comprovadamente viáveis economicamente, há uma conjunção de trabalhos, conhecimentos, experiências, gestão e engenharia que aprimoram, por sua vez, o valor desses recursos e reservas.

É por esse motivo que esta edição conta com dois novos capítulos: “Certificação de recursos e reservas minerais” e “Valoração de recursos e reservas minerais”.

Espero que as informações fornecidas por esses capítulos permitam que novos caminhos sejam abertos em meio aos árduos e complexos dilemas que nos desafiam constantemente no setor de empreendimentos minerais.

Edmundo Tulcanaza (edmundo@tulcanaza.cl)

Curaumilla, 8 de dezembro de 2014

SUMÁRIO

...A TÍTULO DE INTRODUÇÃO	9
PARTE I: DISTRIBUIÇÕES DE OCORRÊNCIAS MINERALIZADAS	13
1. BASES PROBABILÍSTICAS	15
1.1 Eventos e probabilidades de ocorrências	15
1.2 Algumas relações probabilísticas	16
1.3 Exemplos	19
2. DISTRIBUIÇÕES E MODELOS	33
2.1 O modelo binomial.....	33
2.2 O modelo de Poisson	35
2.3 O modelo normal.....	37
2.4 O modelo lognormal	43
2.5 Simulação de uma distribuição estatística	50
3. ANÁLISE MULTIVARIÁVEL	53
3.1 Modelos de interdependência	53
3.2 A interdependência de duas variáveis	57
3.3 Análise multivariável	62
PARTE II: ESTIMATIVA DE RECURSOS <i>IN SITU</i>.....	79
4. CONTINUIDADE ESPACIAL	81
4.1 Continuidade espacial: variografia.....	81
4.2 Desvios: erros e flutuações	98
5. ESTIMATIVA DE RECURSOS <i>IN SITU</i>	117
5.1 Estimativa: recursos <i>in situ</i>	117
5.2 Amostragem de material particulado	132
6. DISTRIBUIÇÃO E SELEÇÃO MINERAL	143
6.1 Distribuições locais: recursos recuperáveis	143
6.2 Valorização do empreendimento mineral: modelos econômico-financeiros.....	166

PARTE III: PLANEJAMENTO MINEIRO: A CONVERSÃO DE RECURSOS EM RESERVAS	175
7. PARÂMETROS TÉCNICO-ECONÔMICOS	177
7.1 Parâmetros a serem considerados no planejamento mineiro	177
7.2 Formalismos técnico-econômicos para o desenvolvimento do desenho e planejamento mineiro	182
8. ESTRATÉGIA E SEQUENCIAMENTO DA EXTRAÇÃO MINERAL	191
8.1 Otimização do empreendimento: estratégia de consumo das reservas	191
8.2 Otimização do empreendimento por meio da análise de cenários alternativos e de acordo com a teoria de opções	200
8.3 Modelos, planejamento da lavra e inventário de reservas	204
9. DECLARAÇÃO DE RESERVAS MINERAIS.....	219
9.1 A declaração do inventário de reservas minerais.....	219
9.2 Definição do complexo mineiro e valorização do empreendimento	221
PARTE IV: CERTIFICAÇÃO DE RECURSOS E RESERVAS	243
10. CERTIFICAÇÃO DE RECURSOS E RESERVAS MINERAIS	245
10.1 Estudos realizados durante as etapas de exploração e desenvolvimento	246
10.2 Fases de engenharia de um projeto de mineração	248
10.3 O relatório técnico de um projeto de mineração.....	252
PARTE V: VALORAÇÃO DE RECURSOS E RESERVAS.....	263
11. VALORAÇÃO DE RECURSOS E RESERVAS MINERAIS	265
11.1 Padrões internacionais	265
11.2 Valoração de propriedades mineiras	268
11.3 Critérios para a tributação de propriedades mineiras	277
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	301
SOBRE O AUTOR	303

...A TÍTULO DE INTRODUÇÃO

Recursos e empreendimentos minerais

O empreendimento mineral se diferencia substancialmente de outras iniciativas, e uma das razões é a sua natureza.

No empreendimento mineral:

- Seus ativos estão – e permanecem por um bom tempo – associados a *encraves geográficos* distribuídos aleatoriamente no espaço e privilegiados pela existência de recursos geológicos de interesse comercial. Essa situação implica, por um lado, o *caráter probabilístico* que adquire a série de êxitos e fracassos em que desembocam a prospecção, a exploração e, finalmente, o desenvolvimento desses recursos; e, por outro, o *intenso esforço inversionista* requerido em infraestruturas, acessos e sustentabilidade do entorno ambiental.
- Seus parâmetros produtivos e aqueles de natureza econômico-financeira são configurados com base em *informações fragmentárias*, com as quais se devem *delimitar* as várias incertezas existentes sobre o recurso, *garantir*, por igual, objetivos de longo e curto prazo e *maximizar* os excedentes e a rentabilidade do negócio.
- Sua produtividade, em virtude do *paulatino esgotamento dos recursos minerais extraídos*, diminui natural e progressivamente com o tempo, fazendo com que a *produtividade futura do recurso, que em essência é exaurível e não renovável, dependa em grande medida dos recursos extraídos atualmente*.
- Seus resultados operacionais e econômicos exigem um focalizado desenvolvimento tecnológico e uma gestão administrativa adaptada às exigências do negócio (características transferíveis), com o intuito de satisfazer as *singularidades intrínsecas do recurso* a ser extraído; ou seja, seu teor, recuperação e gênese (características intransferíveis). Esses esforços requerem *longos períodos de estudos, maturação e implementação, bem como uma alta cota de capital de risco*.
- Seus resultados econômicos estão relacionados a uma característica estratégica relevante com o propósito de planificar o levantamento e a exploração dos recursos minerais: *o caráter cíclico e a alta volatilidade dos preços dos metais, com altas e baixas que oferecem a oportunidade de gerar significativas recompensas em intervalos de tempo bastante restringidos*.

Talvez esta última seja uma característica que represente em alto grau a maior vulnerabilidade do negócio. De fato, a significativa e progressiva baixa nos preços dos metais, em termos reais, unida às suas flutuações cíclicas (Fig. I.1), resultou na constante desvalorização dos recursos minerais nas últimas décadas. Curiosamente, essa desvalorização, por outro lado, tem impulsionado a indústria mineira a incentivar, com maior interesse, as mudanças tecnológicas e os avanços em gestão mencionados anteriormente. Essas mudanças e avanços conseguiram frear o aumento dos custos produtivos, possibilitando cada vez mais a exploração e o benefício de minerais de menor qualidade e incentivando, progressivamente, uma diminuição generalizada da curva de custos da indústria.

A corrida descendente de preços e custos se desenvolveu paralelamente ao esgotamento paulatino dos melhores recursos geológicos e das reservas de minerais de melhor

valor econômico. A atual diferença tênue existente entre preços e custos e a recorrente volatilidade dos fluxos de rentabilidade afetaram dramaticamente as próprias empresas mineiras. O número de empresas mineiras, de acordo com os rankings da Fortune 500 ou da FTSE-100, tem diminuído consideravelmente com o tempo, evidenciando, por isso, uma drástica diminuição do valor das ações das empresas mineiras na última década (Fig. I.2).

O que foi dito anteriormente coloca em evidência o potencial e a vulnerabilidade do negócio.

Fig. I.1 Média de preços reais dos metais (US\$) (1967 = 100) – alumínio, cobre, ferro, prata, níquel, estanho, zinco
Fonte: Liétard (1999).

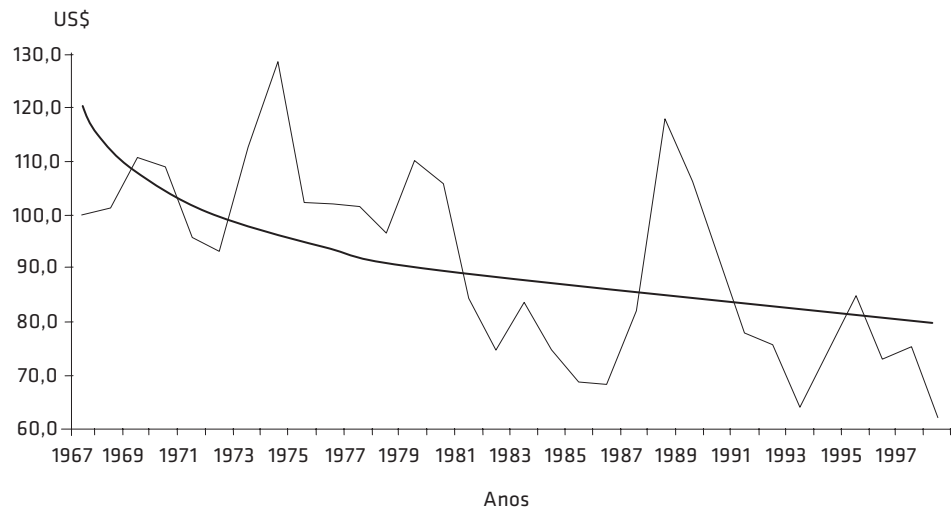
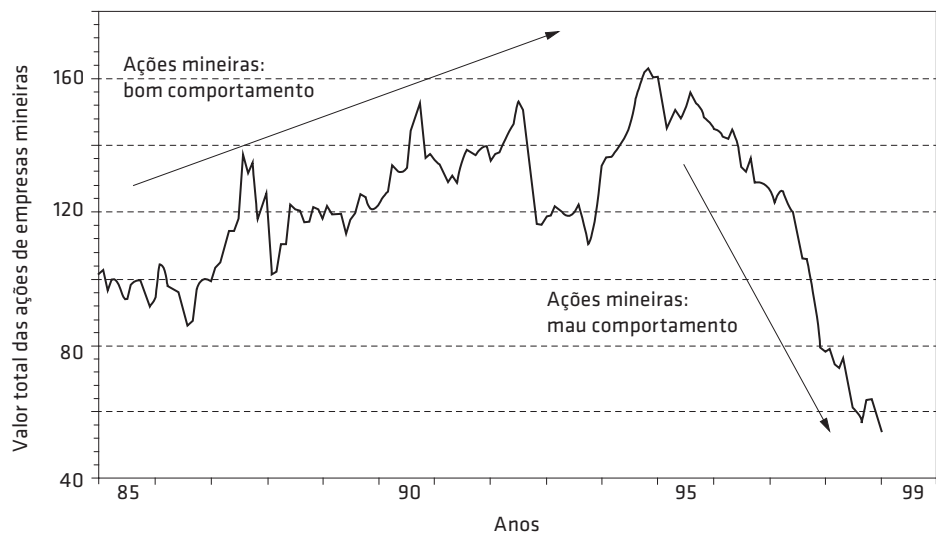


Fig. I.2 Valor de ações mineiras relativas a ativos mundiais
Fonte: Eccles (1999).



O potencial dos empreendimentos minerais não representa uma questão retórica. Dados relativos aos anos de 1965 a 1995 assinalam que, enquanto a população mundial duplicou em 45 anos, o consumo de metais aumentou em um período de tempo muito menor. No caso do cobre, por exemplo, o consumo duplicou em apenas 30 anos. A Fig. I.3 mostra o grau de desenvolvimento de um país medido pelo seu Produto Geográfico Bruto (PGB) e pelo consumo de cobre *per capita* da população.

A vulnerabilidade da indústria, representada pelas incertezas intrínsecas ao recurso mineral e pelo risco dos negócios em virtude da deflação dos preços das matérias-primas, requer um processo de asseguramento de protocolos e métodos associados à

cadeia de valor do negócio, incluindo parâmetros econômicos e análises competitivas de sua estrutura financeira. Diferentemente do passado, métodos e procedimentos utilizados na indústria devem ser rigorosa e solidamente fundamentados. Os parâmetros técnico-econômicos e as técnicas de avaliação devem ser mais bem adaptados para considerar contingências às quais continuamente estão associados os empreendimentos minerais, além de facilitar a vinculação destes com sua estrutura de negócios e com sua projeção financeira.

Na base de toda essa gama de incertezas e riscos estão os modelos numéricos, em especial aqueles de natureza estatística, que, mediante formalismos e critérios, contribuem para mitigar a vulnerabilidade do negócio. Esses modelos permitem melhorar a garantia das informações a fim de diminuir as incertezas relativas ao recurso mineral e aperfeiçoar os critérios e formalismos para reduzir o risco derivado dos erros e flutuações das estimativas, além de desenvolver novas técnicas de valorização para a análise econômico-financeira do negócio.

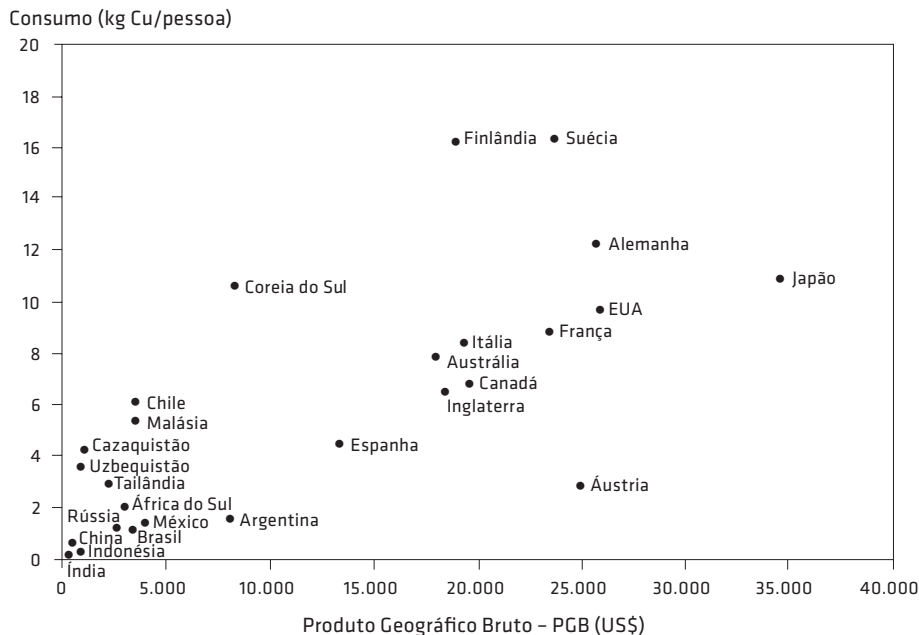


Fig. I.3 Consumo de cobre refinado em quilos por pessoa em função do PGB

A demanda por minerais não deixará de existir, e, da mesma forma, as necessidades de explorar, encontrar novos depósitos, desenvolver novas explorações e comercializar os metais produzidos permanecerão como atividades que fazem parte de um excitante negócio. Esse negócio, que está localizado na intersecção da demanda crescente por minerais e metais e do esgotamento progressivo dos recursos que os sustentam, impulsiona a aplicação de conceitos geológicos avançados para a modelação preditiva da distribuição de ocorrências minerais, a localização de alvos eficientemente identificados e a incorporação tecnológica para o asseguramento da base mineira e dos processos relacionados.

É nesse contexto que os modelos numéricos contribuem para satisfazer os propósitos anteriormente mencionados. Nesse propósito está inserido também o objetivo principal deste livro: fornecer uma síntese das técnicas e aplicações numéricas utilizadas no âmbito dos recursos e empreendimentos minerais.

Assim, na parte 1 estão resumidos e sintetizados os procedimentos probabilísticos e estatísticos aplicados à quantificação das incertezas relacionadas ao recurso mineral; a parte 2 explicita os riscos associados aos recursos e reservas derivados como resultado dos erros e flutuações de seus parâmetros mais relevantes; a parte 3 ilustra as técnicas de valorização de projetos minerais, com ênfase na teoria de opções; a parte 4 apresenta os temas e conteúdos compreendidos na certificação de recursos e reservas; e a parte 5 trata da valoração de recursos e reservas minerais, dando especial atenção à técnica de nós binomiais, cujo objetivo é avaliar as opções reais apresentadas pelos cenários de exploração, levantamento e/ou benefícios associados.

Parte I

DISTRIBUIÇÕES DE
OCORRÊNCIAS MINERALIZADAS

1.1 EVENTOS E PROBABILIDADES DE OCORRÊNCIAS

As complexas condições geológicas que determinam a presença de minerais numa região não permitem caracterizar com precisão os recursos minerais no que diz respeito à sua ocorrência espacial. Essa ocorrência é resultado de fenômenos geológicos que se sobrepõem no decorrer do tempo, desenvolvendo interações muito difíceis de identificar. Apenas a descoberta de uma ou mais dessas ocorrências permite que se aproxime da caracterização de tais recursos em termos de sua possível gênese e distribuição espacial. Essa descoberta, no entanto, também é um evento fortuito. Dependendo da tecnologia e do incentivo econômico, a descoberta de uma ocorrência mineral representa um êxito diante de dezenas de fracassos.

O baixo nível de expectativas ao qual está sujeita a evidenciação de um depósito mineral vem assim manifestar, em último caso, a constante insuficiência de informações disponíveis. Dessa forma, é possível tão somente uma aproximação da realidade. É em meio a esse complexo esquema de circunstâncias que a ocorrência de minério em determinado local admite uma dupla caracterização: qualitativamente, a ocorrência mineral pode ser interpretada, na maioria das vezes, em bases *determinísticas* e princípios geológicos formalmente estabelecidos; quantitativamente, no entanto, tal ocorrência responde melhor às leis da incerteza, sujeita a princípios e modelos *probabilísticos*.

As ocorrências minerais de que se fala podem ser representadas de maneira tangível por meio de características regionais quantitativas, como:

- ✦ número de ocorrências por região;
- ✦ extensão dessas ocorrências;
- ✦ qualidade dessas ocorrências.

Com relação ao depósito individual, essas características podem estar associadas com:

- ✦ a quantidade de blocos exploráveis por depósito;
- ✦ a tonelagem permitida por um determinado teor;
- ✦ a distribuição dos teores do depósito.

Qualquer uma das características mencionadas pode estar associada, em sua forma mais simples, à *frequência* com que ocorrem. Esse parâmetro singular, no entanto, pode ser estabelecido durante uma observação particular, por meio de uma diversidade de critérios. Tais critérios podem responder a:

- ✦ uma tendência histórica;
- ✦ um critério subjetivo;
- ✦ uma observação baseada em ocorrências geológicas reais;
- ✦ uma observação baseada em ocorrências geológicas simuladas.

$$p(L_i) = p(L_i / C_j) \quad (1.22)$$

e considerando que

$$p(L_i / C_j) = \frac{p(L_i \cdot C_j)}{p(C_j)} \quad (1.23)$$

$$p(L_i \cdot C_j) = p(L_i) \cdot p(C_j) \quad (1.24)$$

Esta última relação já foi citada anteriormente. Portanto, os eventos L_i e C_j são considerados independentes caso se demonstre que sua probabilidade *conjunta* é o produto de suas probabilidades marginais, que é conhecido como *lei de multiplicação* para eventos independentes (probabilidade conjunta = produto de probabilidades marginais).

Por exemplo, qual é a probabilidade de tirar 2 na segunda jogada de um dado, com a condição de que na primeira se tenha obtido um 4?

$$p(2,4) = p(2) \cdot p(4) = \frac{1}{36} \quad (1.25)$$

1.3 EXEMPLOS

1.3.1 Exemplo: probabilidades de êxitos e fracassos

Com o objetivo de examinar uma aplicação dessa simples fórmula, tome-se como exemplo o caso de uma moeda. Comparem-se os resultados de uma exploração hipotética com aqueles obtidos quando uma moeda é lançada ao ar. Ou seja, caso se obtenha cara, a exploração é considerada um fracasso, mas, caso apareça o lado inverso, a exploração é considerada um êxito.

A probabilidade de que o lado que possui a imagem de um rosto gravada fique voltado para cima (um fracasso) em uma jogada (que poderia resultar tanto em um fracasso como em um êxito) representa um caso possível entre dois casos totais. A probabilidade é dada pela razão $\frac{1}{2}$ e seu valor é, portanto, 0,50. Da mesma forma, a probabilidade de que o lado inverso fique voltado para cima também é dada por 0,50. Assim, os resultados podem ser colocados da seguinte maneira:

Probabilidade de êxito	:	0,50
Probabilidade de fracasso	:	0,50
Probabilidade total	:	1,00

Seria possível estudar a probabilidade associada a situações combinadas da mesma forma como se estudaria a probabilidade de êxitos e fracassos no caso de uma exploração representada hipoteticamente pela jogada de uma moeda. Por exemplo, no caso de duas explorações, as opções serão obter dois êxitos consecutivos, dois fracassos consecutivos, um primeiro fracasso e um êxito subsequente e, finalmente, um primeiro êxito e um fracasso subsequente. Dessa maneira, e considerando as relações enunciadas no item e da seção 1.2, as quatro possibilidades podem ser representadas pelo seguinte quadro de relações:

Probabilidade de dois êxitos consecutivos	:	$\frac{1}{2}$	$\times$	$\frac{1}{2}$
Probabilidade de dois fracassos consecutivos	:	$\frac{1}{2}$	$\times$	$\frac{1}{2}$
Probabilidade de um êxito e um fracasso	:	$\frac{1}{2}$	$\times$	$\frac{1}{2}$
Probabilidade de um fracasso e um êxito	:	$\frac{1}{2}$	$\times$	$\frac{1}{2}$
Probabilidade total	:	1,00		

1.3.7 Exemplo: estabelecimento de cenários

A avaliação de um negócio deve contar, primeiro, com a identificação de *cenários produtivos prováveis* e, posteriormente, com a definição de seus *fluxos ou excedentes* com base nos parâmetros técnico-econômicos sustentados.

A ocorrência de um evento (Pe) pode estar relacionada à probabilidade de ocorrência de (N) cenários prováveis ($pe1 + pe2 + pe3 + \dots + peN$). Esses cenários podem ser definidos em função de variáveis independentes (por exemplo, tonelagem do depósito, t , preço do metal, p , ou outra qualquer), de modo que a probabilidade de ocorrência de um desses cenários (pei) será dada, no caso das variáveis tonelagem e preço, pela probabilidade de ocorrência conjunta de certo nível de tonelagem (ti) e determinado nível de preço (pi). Assim, a probabilidade do evento i , (pei), em termos de tonelagem e preço, inclui o produto das duas probabilidades parciais indicadas: $pti \cdot ppi$.

A consideração de todos os cenários prováveis, incluindo a estimativa de conteúdos, recuperações e outras variáveis, além das probabilidades de ocorrência associadas à tonelagem e ao preço, permite definir a probabilidade de ocorrência de cada cenário, de maneira que a soma total destes, dessas probabilidades, soma a unidade.

Considerem-se:

- ✎ três cenários de tonelagens: $200u$, $300u$ e $400u$, com probabilidades (0,4), (0,3) e (0,3), respectivamente;
- ✎ três cenários de preços: $100u$, $120u$ e $80u$, com probabilidades (0,6), (0,25) e (0,15), respectivamente;
- ✎ em síntese, nove cenários combinados tonelagens-preços (Tab. 1.3).

Tab. 1.3 Matriz de probabilidades

Duas variáveis, T e p , com suas probabilidades () de ocorrência		$T = 200u$ (0,40)	$T = 300u$ (0,30)	$T = 400u$ (0,30)	1,00
(0,60)	Preço $100u$	0,24 [1]	0,18 [4]	0,18 [7]	0,60
(0,25)	Preço $120u$	0,10 [2]	0,075 [5]	0,075 [8]	0,25
(0,15)	Preço $80u$	0,06 [3]	0,045 [6]	0,045 [9]	0,15
1,00		0,40	0,30	0,30	1,00

Um evento surgirá desses nove cenários []. Cada cenário pode ser avaliado economicamente. Tais avaliações aparecem, assim, associadas a probabilidades de ocorrências específicas.

Estimativa de excedentes

A determinação dos excedentes do negócio depende basicamente dos fluxos de caixa anuais e dos riscos que afetam esses fluxos.

Fluxos de caixa anuais

Dependem essencialmente das vendas, custos e impostos (Quadro 1.2).

Tab. 1.7 T_{VPA} : valor presente de uma prestação

Períodos	Fator de conversão											
	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%	11%	12%
1	0,9901	0,9804	0,9709	0,9615	0,9524	0,9434	0,9346	0,9259	0,9174	0,9091	0,9009	0,8929
2	1,9704	1,9416	1,9135	1,8861	1,8594	1,8334	1,8080	1,7833	1,7591	1,7355	1,7125	1,6901
3	2,9410	2,8839	2,8286	2,7751	2,7233	2,6730	2,6243	2,5771	2,5313	2,4868	2,4437	2,4018
4	3,9020	3,8077	3,7171	3,6299	3,5459	3,4651	3,3872	3,3121	3,2397	3,1699	3,1024	3,0374
5	4,8535	4,7134	4,5797	4,4518	4,3295	4,2123	4,1002	3,9927	3,8896	3,7908	3,6959	3,6048
6	5,7955	5,6014	5,4172	5,2421	5,0757	4,9173	4,7665	4,6229	4,4859	4,3553	4,2305	4,1114
7	6,7282	6,4720	6,2302	6,0020	5,7863	5,5824	5,3893	5,2064	5,0329	4,8684	4,7122	4,5638
8	7,6517	7,3254	7,0196	6,7327	6,4632	6,2098	5,9713	5,7466	5,5348	5,3349	5,1461	4,9676
9	8,5661	8,1622	7,7861	7,4353	7,1078	6,8017	6,5152	6,2469	5,9852	5,7590	5,5370	5,3282
10	9,4714	8,9825	8,7302	8,1109	7,7217	7,3601	7,0236	6,7101	6,4176	6,1446	5,8892	5,6502
11	10,3677	9,7868	9,2526	8,7604	8,3064	7,8868	7,4987	7,1389	6,8052	6,4951	6,2065	5,9377
12	11,2552	10,5753	9,9539	9,3850	8,8632	8,3838	7,9427	7,5361	7,1607	6,8137	6,4924	6,1944
13	12,1338	11,3483	10,6349	9,9856	9,3935	8,8527	8,3576	7,9038	7,4869	7,1034	6,7499	6,4235
14	13,0038	12,1062	11,2960	10,5631	9,8986	9,2950	8,7454	8,2442	7,7861	7,3667	6,9819	6,6282
15	13,8651	12,8492	11,9379	11,1183	10,3796	9,7122	9,1079	8,5595	8,0607	7,6061	7,1909	6,8109
16	14,7180	13,5777	12,5610	11,6522	10,8377	10,1059	9,4466	8,8514	8,3125	7,8237	7,3792	6,9740
17	15,5624	14,2918	13,1660	12,1656	11,2740	10,4772	9,7632	9,1216	8,5436	8,0215	7,5488	7,1196
18	16,3984	14,9920	13,7534	12,6592	11,6895	10,8276	10,0591	9,3719	8,7556	8,2014	7,7016	7,2497
19	17,2261	15,2684	14,3237	13,1339	12,0853	11,1581	10,3356	9,6036	8,9501	8,3649	7,8393	7,3650
20	18,0457	16,3514	14,8774	13,5903	12,4622	11,4699	10,5940	9,8181	9,1285	8,5136	7,9633	7,4694
21	18,8571	17,0111	15,4149	14,0291	12,8211	11,7640	10,8355	10,0168	9,2922	8,6487	8,0751	7,5620
22	19,6605	17,6581	15,9368	14,4511	13,1630	12,0416	11,0612	10,2007	9,4424	8,7715	8,1757	7,6446
23	20,4559	18,2921	16,4435	14,8568	13,4885	12,3033	11,2722	10,3710	9,5802	8,8832	8,2664	7,7184
24	21,2435	18,9139	16,9355	15,2469	13,7986	12,5503	11,4693	10,5287	9,7066	8,9847	8,3481	7,7843

1.3.8 Exemplo: valorização dos cenários

Em um depósito de cobre, determina-se um teor de corte de 0,2% Cu. Para processar cerca de 20 Mt ($t \times 10^6$) de minério por ano mediante o processo de lixiviação em pilhas, existem duas alternativas:

- ✦ A primeira é caracterizada pelo envio de toda a tonelagem anual para britagem, 20 Mt min, com um teor médio de 0,6% Cu, a um custo total de extração e retorno de 3,00 US\$/t min. Nesse caso, a recuperação metalúrgica gira em torno de 80%.
- ✦ A segunda é caracterizada por evitar operações de britagem para cerca de 8 Mt min com teores entre 0,2% Cu e 0,5% Cu, com teor médio de 0,35% Cu, transportando esse minério diretamente para um processo de empilhamento. A recuperação dessa porção pobre diminuiria, no entanto, em 60%. A porção de teor mais elevado, com média de 0,75% Cu, aumentaria de maneira correspondente à sua recuperação para 85%. O custo dessas 8 Mt min seria de 1,8 US\$/t e o da porção de teor elevado, cerca de 12 Mt min, seria mantido em 3 US\$/t min. Em um período de cinco anos será necessário, para essa segunda alternativa, uma inversão de 1 MUS\$ no primeiro ano e outra de 3 MUS\$ no terceiro ano.

2.1 O MODELO BINOMIAL

Usualmente, o modelo binomial é aplicado a fenômenos caracterizados por uma variável aleatória que, observada por meio de experimentos independentes e idênticos, responde necessariamente a dois eventos possíveis: ocorrência ou não ocorrência. Esse modelo pode caracterizar, por exemplo, a presença de um seletor número x de depósitos (ocorrência de x depósitos), resultante de um total de n observações. Evidentemente, o modelo binomial se aplica à ocorrência de eventos discretos. Ele foi usado em um exemplo anterior e é dado por:

$$P(x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x} \quad (2.1)$$

em que:

$P(x)$ = probabilidade de ocorrência combinada de um número x de eventos após n observações consecutivas;

n = número total de observações;

x = número de eventos a ocorrer;

p = probabilidade de ocorrência de um evento qualquer.

O valor médio do modelo binomial é dado por:

$$m = n \cdot p \quad (2.2)$$

A variância é dada por:

$$V = n \cdot p(1-p) \quad (2.3)$$

2.1.1 Exemplo: potencial mineiro regional

Pode-se compreender, por exemplo, cem distritos mineiros de interesse. Cada um deles foi subdividido em uma malha de 5 blocos $\times$ 5 blocos, isto é, 25 blocos cobrem cada um dos distritos. Com base em informações geoquímicas e levantamento geológico, cada um dos blocos gerados é submetido a uma caracterização de seu potencial mineiro por meio de duas categorias: blocos potencialmente atrativos e blocos que não suscitam interesse. A Tab. 2.1 mostra o resultado obtido por meio dessas observações.

Tab. 2.1 Distritos e blocos potencialmente atrativos

Número de blocos potencialmente atrativos/distrito	Número de distritos	Número total de blocos atrativos
(1)	(2)	(1) $\times$ (2)
0	14	0
1	25	25
2	27	54
3	23	69
4	7	28
5	2	10
6	1	6
7	0	0
8	1	8
	100	200

Tab. 2.3 Comparação entre dados reais e os modelos binomial e de Poisson

Número de blocos atrativos/distrito	Número de distritos		
	Real	Binomial	Poisson
0	14	12,4 (= 100 × 0,124)	13,5 (= 100 × 0,135)
1	25	27 (= 100 × 0,270)	27 (= 100 × 0,270)

2.2.1 Exemplo: comparação entre os modelos binomial e de Poisson

Um segundo exemplo ilustrará outra comparação de resultados entre a aplicação dos modelos binomial e de Poisson.

Há 35 distritos mineiros localizados em uma grande região, e 63 índices de mineralização localizados aleatoriamente nessa mesma região foram detectados. Pede-se para determinar a probabilidade de que um desses distritos não contenha nenhum índice de mineralização.

Usando o modelo binomial, é possível considerar a Eq. 2.1. Nesse caso, a probabilidade de ocorrência de um índice específico em um dos 35 distritos é de (1/35). Consequentemente, a probabilidade de não ocorrência desse índice nesse distrito é de (34/35). Assim, de acordo com a Eq. 2.1, a probabilidade de não ocorrência dos 63 índices no dado distrito é:

$$P(x=0) = \binom{63}{0} (34/35)^{63} (1/35)^0$$

$$P(x=0) = 0,16$$

Por outro lado, considerando o modelo de Poisson, o número esperado de índices por distrito mineiro precisa ser calculado primeiro. Esse número é:

$$m = 63/35 = 1,8 \text{ índice/distrito mineiro}$$

Aplicando a Eq. 2.8,

$$P(x=0) = e^{-1,8} (1,8)^0 / 0!$$

obtém-se

$$P(x=0) = 0,16$$

O uso do modelo de Poisson requer que o número esperado de ocorrências, z , seja aproximadamente constante ao longo dos intervalos de tempo ou espaço considerados. Do contrário, os resultados precisam sofrer algumas correções.

2.3 O MODELO NORMAL

O modelo normal é utilizado para representar uma variável aleatória contínua, caracterizada por uma distribuição simétrica de suas ocorrências em torno de um valor central. A densidade desse modelo, que responde a uma curva em forma de sino (Fig. 2.1), é definida por:

$$p(x) \cdot dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \cdot dx \quad (2.13)$$

em que:

$p(x)$ = valor da função densidade associada à variável;

x = valor da variável em estudo;

m = valor médio da variável;

σ = desvio padrão da variável.

2.4.1 Momentos da variável lognormal x

De acordo com a Eq. 2.35,

$$p(x) \cdot dx = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln x - \ln \gamma)^2}{2\sigma^2}} \frac{dx}{x} \quad (2.36)$$

se

$$t = \frac{1}{\sigma} \ln \frac{x}{\gamma} \quad (2.37)$$

e

$$x = \gamma \cdot e^{\sigma t} \quad (2.38)$$

de onde

$$\ln x = \ln \gamma + \sigma t \quad (2.39)$$

isto é,

$$\frac{dx}{x} = \sigma dt \quad (2.40)$$

Substituindo em $p(x) \cdot dx$:

$$p(t) \cdot dt = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \cdot dt \quad (2.41)$$

Ou seja, por meio da mudança da variável $t = \frac{1}{\sigma} \ln \frac{x}{\gamma}$, t se constitui como uma variável aleatória normal padronizada com média zero e variância 1 (0,1), cuja função de distribuição $P(t)$ (Tab. 2.4) fornece a probabilidade de encontrar a variável no intervalo $-\infty$, t (Fig. 2.5).

$$p(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \cdot dt \quad (2.42)$$

De acordo com a Eq. 2.38, $x = \gamma \cdot e^{\sigma t}$, é determinado o momento de ordem n da variável lognormal x .

$$M'_n = \int_{-\infty}^{+\infty} x^n \cdot f(x) \cdot dx \quad (2.43)$$

$$M'_n = \int_{-\infty}^{+\infty} \gamma^n \cdot e^{\sigma t n} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} \cdot dt \quad (2.44)$$

$$M'_n = \gamma^n \cdot e^{\frac{n^2 \sigma^2}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\sigma t n} e^{-\frac{t^2}{2}} \cdot e^{-\frac{n^2 \sigma^2}{2}} \cdot dt \quad (2.45)$$

$$M'_n = \gamma^n \cdot e^{\frac{n^2 \sigma^2}{2}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(t-n\sigma)^2} \quad (2.46)$$

e

$$M'_n = \gamma^n \cdot e^{\frac{n^2 \sigma^2}{2}} \quad (2.47)$$

Portanto, o valor médio da variável lognormal x , momento de ordem 1, é:

$$M'_1 = m = \gamma \cdot e^{\frac{\sigma^2}{2}} \quad (2.48)$$

Essa equação demonstra como o formalismo lognormal relaciona a média aritmética m à média geométrica γ por intermédio do coeficiente sem dimensão $e^{\frac{\sigma^2}{2}}$, que é sempre superior à unidade e apresenta um valor maior, desde que a variância logarítmica seja maior.

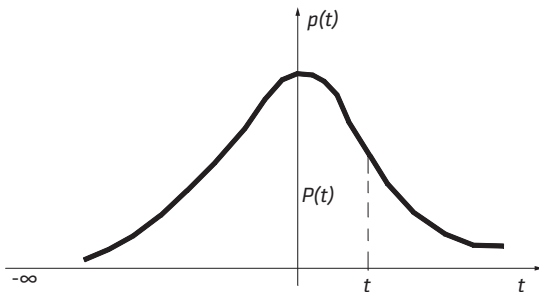


Fig. 2.5 Função de distribuição normal

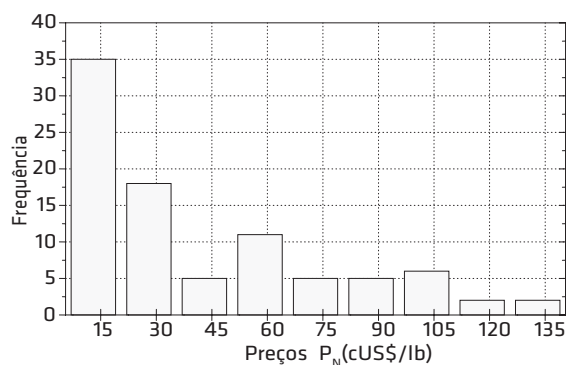


Fig. 2.9 Distribuição do preço do cobre (1908-1997)

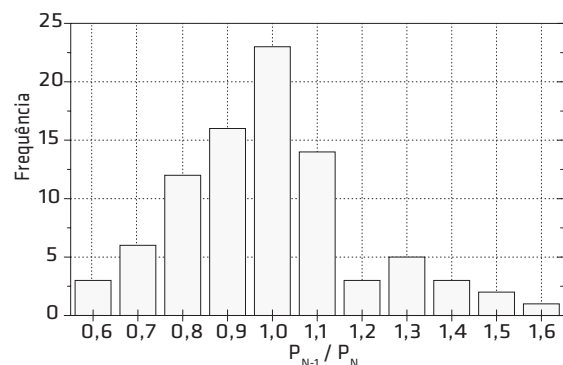


Fig. 2.10 Distribuição assimétrica: retornos relativos do preço do cobre (1908-1997)

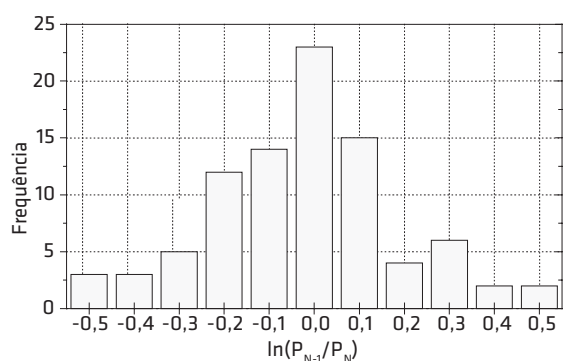


Fig. 2.11 Distribuição simétrica: logaritmo de retornos relativos dos preços do cobre (1908-1997)

2.5 SIMULAÇÃO DE UMA DISTRIBUIÇÃO ESTATÍSTICA

Até esse ponto, foi mostrado como uma série de dados associados a uma variável aleatória qualquer permite estabelecer um determinado modelo de ocorrência dessa variável. Com base nesse modelo, podem então ser estudadas características gerais da variável em observação. Muitas vezes, no entanto, um fenômeno ou situação comporta o problema inverso. Ou seja, as características gerais do fenômeno implicam a presença de um determinado modelo de ocorrência, mas a série de dados que permitiriam sua melhor definição simplesmente não existe. E, evidentemente, existe a necessidade de produzi-los e estudá-los. Este é um dos principais objetivos da simulação de modelos probabilísticos: gerar dados que definam a ocorrência de determinados fenômenos ou situações por meio da amostragem de distribuições de probabilidades conhecidas.

Na maioria das situações, a simulação de modelos probabilísticos deve recorrer primeiro à geração de números aleatórios. Estes, no entanto, não são produzidos facilmente na prática. Calculadoras, computadores e a maioria das tabelas em uso fornecem tão somente números pseudoaleatórios que precisam atender a algumas condições básicas antes de ser usados como números aleatórios. Entre esses testes se sobressaem o de uniformidade, que implica condicionar a geração de uma variável aleatória qualquer à geração de uma distribuição uniforme de números aleatórios, e o de independência.

2.5.1 Geração de uma distribuição aleatória uniforme

Para gerar uma distribuição uniforme, ou seja, uma distribuição na qual qualquer valor dentro de um determinado

intervalo (por exemplo, entre a e b) pode ocorrer com a mesma probabilidade,

$$f(x) = \frac{1}{b-a} \quad (2.69)$$

utiliza-se a expressão

$$x = (\text{NUM ALEA})(b-a) + a \quad (2.70)$$

em que:

NUM ALEA = número aleatório entre 0,0 e 1,00.

A distribuição tem por função densidade:

$$F(x) = \int_a^x \frac{1}{b-a} dx = \frac{x-a}{b-a} \quad (2.71)$$

3.1 MODELOS DE INTERDEPENDÊNCIA

3.1.1 Relações tonelagem-teor

Entre o teor de corte (por exemplo, um teor mínimo) aplicado a um depósito mineral e a tonelagem correspondente, há relações cujo estudo suscita interesse (Lasky, 1950).

Considere-se que o teor de metal x siga uma distribuição lognormal. A variável normal correspondente t pode ser estabelecida de acordo com:

$$t = \frac{1}{\sigma} \ln \frac{x}{\gamma} \quad (3.1)$$

mas como, nesse caso,

$$m = \gamma \cdot e^{\frac{\sigma^2}{2}} \quad (3.2)$$

$$t = \frac{1}{\sigma} \ln \frac{x}{m} + \frac{\sigma}{2} \quad (3.3)$$

assim,

$$x = m \left(e^{\sigma t - \frac{\sigma^2}{2}} \right) \quad (3.4)$$

Assuma-se a escolha de um teor de corte xc . A variável tc associada a xc será dada por:

$$tc = (1/\sigma) \cdot \ln(xc/m) + \sigma/2 \quad (3.5)$$

com

$$P(tc) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{tc}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (3.6)$$

igual à área do modelo normal reduzido com base em um teor de corte (tc).

Por sua vez, considerando o total da jazida como a unidade, a proporção de minério com teores superiores a xc será dada por:

$$P_T(tc) = P[(1/\sigma) \cdot \ln(xc/m) + \sigma/2] \quad (3.7)$$

O valor $P_T(tc)$ associado à Eq. 3.5 encontra-se na tabela da distribuição normal padrão. Assim, se T_0 representa a tonelagem total da jazida, a tonelagem de minério acima de um teor de corte xc é:

$$T(tc) = P_T(tc) \cdot T_0 \quad (3.8)$$

Para estabelecer uma relação da quantidade de metal $Q(xc)$, a expressão infinitesimal

$$d \cdot Q_x = x \cdot dT_x \quad (3.9)$$

conduz a

$$d(m_x \cdot T_x) = x \cdot dT_x \quad (3.10)$$

E, considerando as proporções associadas a Q_x e T_x , $d(m_x \cdot P_{Tx}) = x \cdot d \cdot P_{Tx}$, ou seja,

$$m(xc) \cdot P_T(xc) = \int_{xc}^{\infty} x \cdot d \cdot P_{Tx} \quad (3.11)$$

b) $\rho = \pm 1$:

$$\frac{x - m_x}{\sigma_x} = \frac{y - m_y}{\sigma_y} \text{ (relação funcional linear)} \quad (3.51)$$

c) $\rho \sim \pm 1$ (forte correlação entre X e Y):

- as linhas de regressão são vizinhas à reta anterior;
- as curvas de igual densidade de probabilidade são elipses muito achatadas.

3.2.5 Exemplo: regressão dos preços de cobre

A Fig. 3.8 ilustra a regressão que o preço de cobre sofreu em um determinado ano, P_{N-1} , em comparação ao preço do ano seguinte, P_N . O esquema de cálculo está exposto na Tab. 3.6. A regressão ocorrida entre P_N e P_{N-1} indica uma grande correlação entre essas duas variáveis, $\rho = 0,95$. A Fig. 3.9 mostra a regressão dos logaritmos, $\rho = 0,97$, e a Tab. 3.7 indica o cálculo associado à regressão.

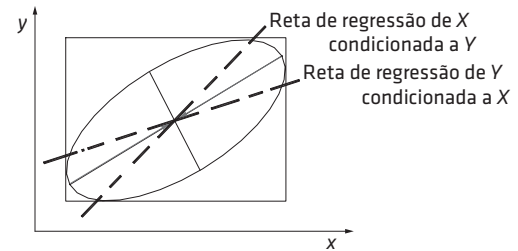


Fig. 3.7 Retas de regressão

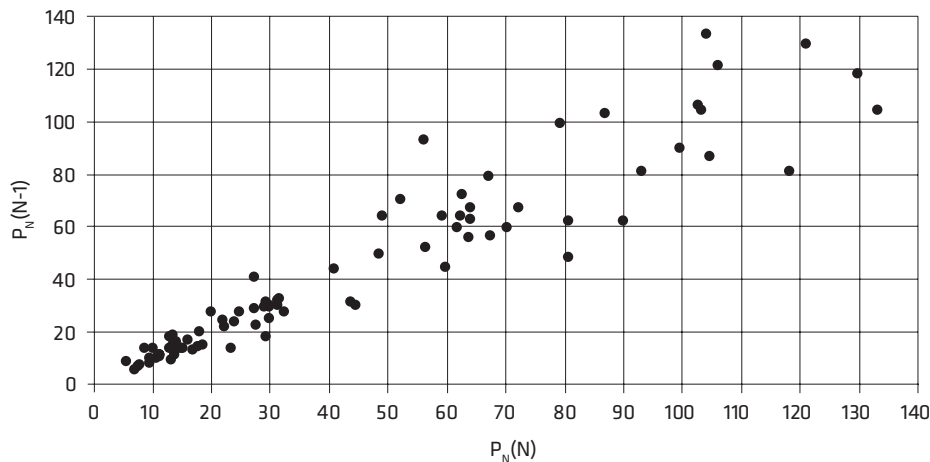


Fig. 3.8 Regressão dos preços de cobre

Tab. 3.6 Correlação do preço de cobre

	Preço Ano N	Preço Ano N - 1					
	X	Y	$X - X_m$	$(X - X_m)^2$	$(Y - Y_m)$	$(Y - Y_m)^2$	$(X - X_m)(Y - Y_m)$
	13,5	13,8	-28,6	819,1	-27,31	746,0	781,7
	13,3	13,5	-28,8	830,5	-27,61	762,4	795,8
	13,0	13,3	-29,1	847,9	-27,81	773,5	809,9
	16,9	13,0	-25,2	636,0	-28,11	790,3	709,0
Soma	3,749	3,659		103,005		99,961	96,128
Média	42,1	41,1					
Número de dados	89						
Cov 1.092,37							
σ^2_x 1.170,5				σ^2_y 1.135,9			
ρ 0,947338							

Considerem-se as duas últimas variáveis definidas, P_N e P_{N-1} . As duas séries de preços obtidas são função do ano N e também podem fornecer os retornos relativos correspon-

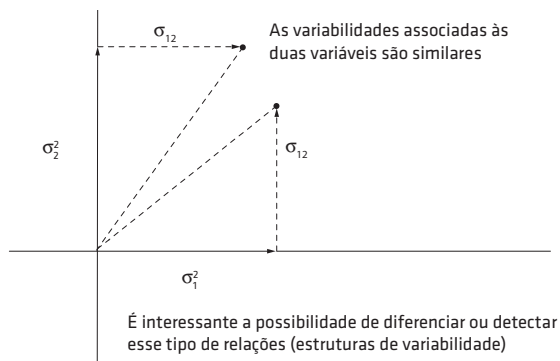


Fig. 3.13 Representação de variabilidades similares

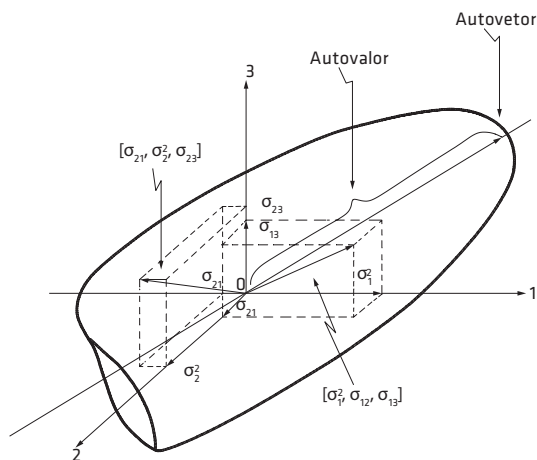


Fig. 3.14 Representação vetorial do sistema de variabilidade associado a três variáveis

sentação vetorial, o conjunto de uma variância e suas respectivas covariâncias determina uma série de vetores no espaço, cujas extremidades formam, imaginativamente, um elipsoide centrado na origem de coordenadas. Os eixos principais desse elipsoide são chamados autovetores e constituem o sistema de coordenadas de um novo conjunto de variáveis (Fig. 3.14). As dimensões desses eixos constituem os autovalores.

A característica mais interessante dos autovalores é que sua soma iguala o traço da matriz de variância e covariância das variáveis originais X_i , que, por sua vez, iguala a variabilidade total do sistema. Porém, cada autovalor representa a variabilidade associada a cada uma das novas variáveis Y_i , e o conjunto de autovalores deve, então, igualar-se à variância total do sistema. Assim, a contribuição de cada autovalor representa em si mesma a contribuição da variabilidade de cada nova variável na variabilidade total do sistema.

3.3.2 Cálculo de autovalores e autovetores

Considerem-se três variáveis cuja matriz de variância e covariância seja:

$$\begin{vmatrix} 11 & -6 & 2 \\ -6 & 10 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \end{vmatrix} \quad (3.63)$$

Para a pesquisa dos autovalores, a matriz anterior dá lugar ao seguinte formalismo:

$$\begin{vmatrix} (11 - \lambda) & -6 & 2 \\ -6 & (10 - \lambda) & -4 \\ 2 & -4 & (6 - \lambda) \end{vmatrix} = 0 \quad (3.64)$$

A expressão anterior é resolvida de maneira que:

$$(11 - \lambda)((10 - \lambda)(6 - \lambda) - 16) + 6(-6(6 - \lambda) + 8) + 2((-6)(-4) - 20 + 2\lambda) = 0 \quad (3.65)$$

$$\lambda^3 - 27\lambda^2 + 180\lambda - 324 = 0 \quad (3.66)$$

$$(\lambda - 18)(\lambda - 6)(\lambda - 3) = 0 \quad (3.67)$$

Ou seja, os três autovalores serão $\lambda_1 = 18$, $\lambda_2 = 6$ e $\lambda_3 = 3$. Note-se que a soma de autovalores, 27, iguala o traço da matriz e, portanto, a variância total do sistema.

Para determinar os autovetores, a matriz de variância e covariância dá lugar ao seguinte formalismo:

$$\begin{vmatrix} 11 & -6 & 2 \\ -6 & 10 & -4 \\ 2 & -4 & 6 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} = 18 \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} \quad (3.68)$$

Assim,

$$11z - 6y + 2z = 18x \quad (3.69)$$

$$-6x + 10y - 4z = 18y \quad (3.70)$$

$$2x - 4y + 6z = 18z \quad (3.71)$$

	Sistema original				Variância individual/variável			
	$0,85^2$	+	$0,37^2$	+	$0,37^2$	=	1,0	
Novo	$0,91^2$	+	$0,09^2$	+	$0,40^2$	=	1,0	
sistema	$0,45^2$	+	$0,88^2$	+	$0,11^2$	=	1,0	
	1,77	+	0,93	+	0,30	=	3,0	

Variância individual/componente

Então, $(0,85)^2$ representa a contribuição da variável original ao primeiro componente. Esse componente contribui com 59% à variabilidade total do sistema, e as duas primeiras variáveis, com 88%. Ao mesmo tempo, as duas primeiras variáveis contribuem com 52% (por exemplo, $0,88 \times 0,59$) à variabilidade total do sistema. Não há dúvidas de que o cálculo manual apresenta limitações quando o número de lugares, a quantidade de variáveis ou ambos aumentam consideravelmente. No entanto, atualmente, há vários programas de computação disponíveis para realizar essas análises, permitindo a utilização dessas técnicas em vários campos de atuação.

3.3.4 Exemplo: ilustração de um caso de dez variáveis

Os dados para a ilustração desse exemplo foram retirados da mina de urânio Schwartzwalder, localizada no Estado do Colorado, nos Estados Unidos.

Trata-se de 30 amostras que foram coletadas em dois níveis da mina, um chamado Minnesota e o outro, Upper Level. Cada amostra foi analisada segundo dez aspectos: radioatividade, urânio, cobre, bióxido de manganês, óxido de vanádio, níquel, cobalto, molibdênio, zinco e chumbo. A Tab. 3.8 apresenta os dados originais e a Tab. 3.9 fornece a sua matriz de correlação. Uma transformação das variáveis de acordo com a distribuição normal padrão faz com que os dados da Tab. 3.8 se transformem nos dados da Tab. 3.10 e a matriz de correlação da Tab. 3.9 se transforme na matriz da Tab. 3.11.

Tab. 3.8 Dados originais

Variável	Radioatividade	U	Cu	MnO ₂	V ₂ O ₅	Ni	Co	Mo	Zn	Pb
Amostra 1	0,4600	0,6300	0,0300	0,1300	0,0240	0,0070	0,0030	0,0400	0,0130	0,0180
Amostra 2	0,4400	0,5800	0,1500	0,2300	0,0490	0,0100	0,0050	0,2200	0,0140	0,5000
Amostra 3	6,1800	0,2600	0,1400	0,1600	0,0500	0,0080	0,0030	0,0380	0,0120	0,2100
Amostra 4	0,0150	0,0170	0,1000	1,9100	0,0130	0,0070	0,0030	0,0180	0,0200	0,0900
Amostra 5	4,4000	5,5700	0,1500	0,5300	0,0770	0,0060	0,0180	0,6000	0,0860	0,6900
Amostra 6	0,2300	0,3300	0,0200	1,4200	0,0580	0,0020	0,0050	0,0600	0,0270	0,2700
Amostra 7	0,4100	0,5800	0,0900	0,5200	0,0750	0,0110	0,0050	0,1800	0,0300	0,2400
Amostra 8	0,5800	0,6600	0,0800	0,5900	0,0300	0,0080	0,0050	0,0720	0,0230	0,1000
Amostra 9	0,0520	0,0670	0,0300	4,7700	0,0280	0,0090	0,0030	0,0620	0,0190	0,1100
Amostra 10	0,0760	0,0840	0,0300	0,7500	0,0460	0,0080	0,0030	0,0600	0,0220	0,1400
Amostra 11	0,7000	0,7900	0,8700	0,0800	0,0350	0,0220	0,0170	0,5600	0,1900	1,0700
Amostra 12	1,8000	1,9500	0,1400	0,0600	0,0320	0,0110	0,0080	0,4300	0,0560	0,3500
Amostra 13	0,0340	0,0330	0,1100	0,0300	0,0170	0,0070	0,0030	0,0400	0,0620	0,1300
Amostra 14	0,6300	0,7200	0,1900	0,0700	0,0180	0,1600	0,0120	0,1400	0,1600	0,5200
Amostra 15	0,0120	0,0090	0,0300	0,1100	0,0200	0,0090	0,0030	0,0060	0,1100	0,0800
Amostra 16	1,3000	1,5900	0,2300	0,0800	0,0410	0,0390	0,0210	0,3100	0,0880	0,6100

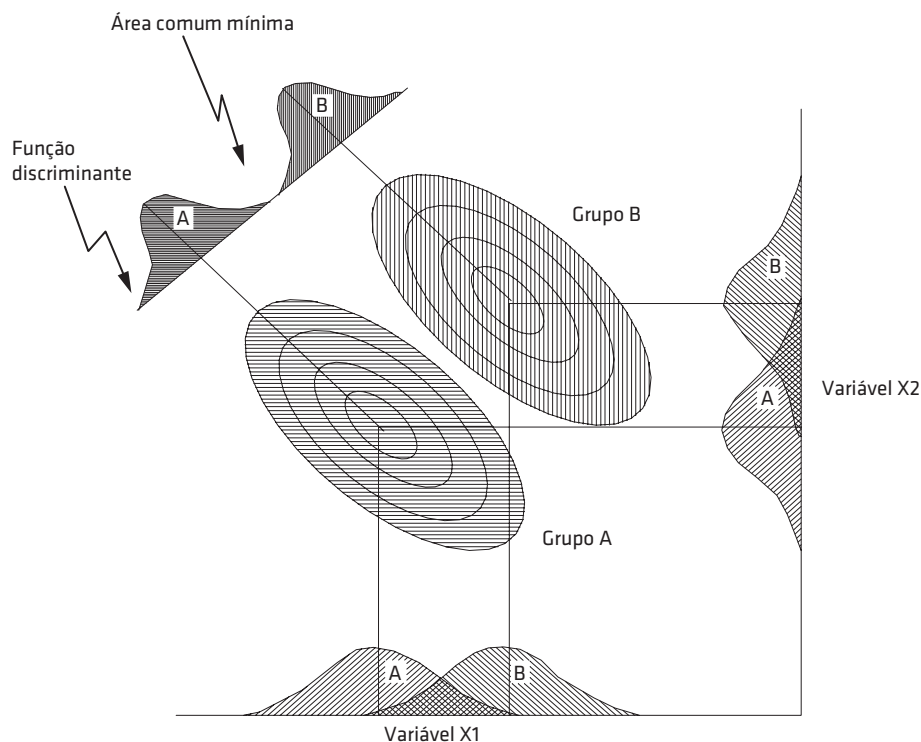


Fig. 3.18 Ilustração da análise discriminante

3.3.6 Análise de classificação

O termo *análise de classificação* abrange um conjunto de procedimentos muito utilizados no estudo de dados de exploração que surgem com base nas medições sobre certas características associadas a um determinado conjunto de amostras. Diferente dos outros procedimentos, a análise de classificação tem como objetivo principal a identificação da quantidade de grupos que podem ser estipulados. Os grupos estabelecidos, então, respondem a relações de similaridade/dissimilaridade que, quantitativamente, podem expressar-se em termos de medidas de distância entre os elementos que os conformam. Esse conceito permite selecionar o número mais adequado de grupos por meio de critérios de distâncias.

Basicamente, são dois os critérios principais:

- o critério de Mahalanobis, D^2 ;
- o valor logarítmico da razão entre as divergências existentes entre grupos supostamente diferentes e as divergências presentes no interior desses grupos.

As Figs. 3.19, 3.20 e 3.21 e a Tab. 3.16 ilustram a aplicação dessa técnica.

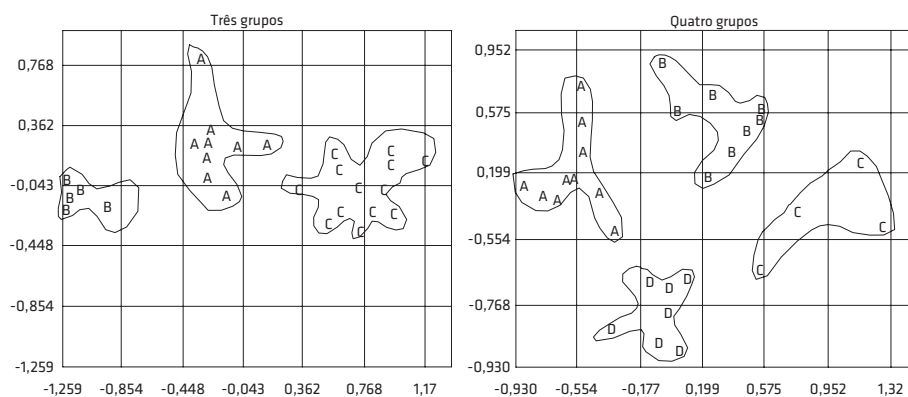


Fig. 3.19 Estabelecimento de grupos para a análise de classificação

Parte II

ESTIMATIVA DE RECURSOS *IN SITU*

4.1 CONTINUIDADE ESPACIAL: VARIOGRAFIA

A caracterização dos diferentes setores de um depósito de acordo com seus atributos geológicos e estatísticos mais relevantes, bem como a *discriminação de populações* de acordo com a *litologia*, a *mineralogia*, os *graus de alteração* e os *conteúdos minerais*, constitui a fase mais crucial na análise de jazidas.

A discriminação de populações geológico-estatísticas permite delinear zonas minerais com características próprias.

Zonas *intrinsecamente homogêneas* constituem, no geral, setores contínuos, extensos e coerentes intimamente associados a zoneamentos geológicos com identidade própria. Por sua vez, zonas *geoestatisticamente heterogêneas* configuram áreas de natureza fracionária, não consolidadas, que se distribuem erráticamente no espaço.

A discriminação populacional da informação-base tem o objetivo de facilitar o delineamento de zonas ou campos *estacionários* localizados no interior do depósito, nos quais alguns modelos e parâmetros estatísticos (conteúdos médios e variância) não sofrem mudanças significativas com uma alteração espacial. Seu propósito é limitar a *extensão espacial* de características locais associadas a setores de naturezas geoestatísticas diferentes. A discriminação de unidades geoestatísticas dentro de um contexto 3D possibilita a identificação de um dos atributos fundamentais da mineralização em estudo: sua variabilidade espacial.

É essencial comprovar a presença de camadas ou estratos de naturezas distintas no interior de um corpo mineralizado. Por exemplo, em um depósito de calcário, é importante detectar a presença de setores ricos em SiO_2 e diferenciá-los daqueles mais pobres. Se não há uma definição precisa das fronteiras dessas unidades, corre-se o risco de privilegiar artificialmente uma variabilidade conjunta no depósito, tendendo, portanto, a exagerar a homogeneidade da mineralização, o que leva à depreciação da arquitetura espacial de zonas de naturezas distintas.

4.1.1 Definições

As informações obtidas por meio de trabalhos de exploração possuem três características essenciais, sendo classificadas como *regionalizadas*, *multivariáveis* e *localmente definidas*.

Regionalizada é a informação impregnada de duas características complementares: sua arquitetura espacial e sua aleatoriedade. A *arquitetura espacial* pode responder a eventos geológicos determinísticos desenvolvidos por fenômenos físico-químicos específicos. A *aleatoriedade*, por sua vez, responde melhor a fenômenos de caráter probabilístico local. O caráter aleatório traduz os aspectos de variabilidade e dispersão, refletindo, assim, a *incerteza*; a arquitetura espacial traduz os traços de heterogeneidade, homogeneidade, descontinuidades e uni-

4.2.2 A variância de dispersão

Quando o problema não é definido pela medida de um erro de estimativa, mas pela medida da flutuação ou dispersão dos valores amostrais de tamanho v ao redor do valor médio de uma variável associada a um volume V , o procedimento de identificação da variância resulta muito similar ao anterior.

Nesse caso, são as discrepâncias $Z(v_i) - Z(V)$ (Fig. 4.32) cujo estudo suscita interesse.

Assumindo a existência de N amostras de tamanho v que representam adequadamente o depósito em estudo (por exemplo, $N \cdot v = V$), a variância de dispersão será dada por:

$$\sigma^2(v/V) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E[Z(v_i) - Z(V)]^2 \quad (4.54)$$

Desenvolvendo essa expressão, obtém-se uma relação semelhante à Eq. 4.49:

$$\sigma^2(v/V) = \sigma_{ww}^2(S_1, S_2) + \sigma_{VV}^2(S_1, S_2) - \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N E[Z(v_i) - Z(V)]^2 \quad (4.55)$$

No entanto, é possível demonstrar que, sob a condição de que $N \cdot v_i = V$, a seguinte expressão pode ser estabelecida:

$$\frac{2}{N} \sum_{i=1}^N E[Z(v_i) - Z(V)]^2 = 2\sigma_{VV}^2(S_1, S_2) \quad (4.56)$$

Dessa maneira,

$$\sigma^2(v/V) = \sigma_{ww}^2(S_1, S_2) - \sigma_{VV}^2(S_1, S_2) \quad (4.57)$$

isto é,

$$\sigma^2(v/V) = \bar{K}_{ww}(S_1, S_2) - \bar{K}_{VV}(S_1, S_2) \quad (4.58)$$

usando a expressão

$$\gamma(h) = K(0) - K(h) \quad (4.59)$$

ou seja,

$$\gamma(S_1, S_2) = K(0) - K(S_1, S_2) \quad (4.60)$$

de modo que

$$\sigma^2(v/V) = \bar{\gamma}_{ww}(S_1, S_2) - \bar{\gamma}_{VV}(S_1, S_2) \quad (4.61)$$

Com base nessa equação, depreende-se que, se v é uma amostra pontual, $v = p$ e:

$$\sigma^2(p/V) = \bar{\gamma}_{VV}(S_1, S_2) \quad (4.62)$$

Em outras palavras, $\bar{\gamma}_{VV}(S_1, S_2)$ fornece a média de flutuações dos valores associados a dois pontos, S_1 e S_2 , que se movem independentemente do volume V . É possível observar que:

$$\sigma^2(p_i, V) = \sigma^2(p/V) \quad (4.63)$$

Assim, a variância de dispersão de um valor p em V é igual à variância de estimativa de um ponto aleatório p_i localizado no interior do volume V .

Considere-se a existência de um bloco grande G , em cujo interior foi definida uma série de blocos V . Além disso, suponha-se que esses blocos V foram, por sua vez, subdivi-

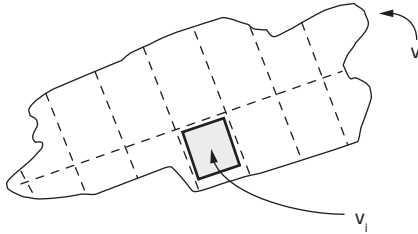


Fig. 4.32 Variância de dispersão (discrepâncias)

4.2.5 O cálculo de variâncias

Conforme demonstram as relações representadas pelas Eqs. 4.19 e 4.23, as variâncias de estimativa e dispersão são baseadas na determinação de funções γ médias. Para calcular essas funções médias, é necessário recordar que a função γ implica sempre a consideração de dois pontos que se movem independentemente em dois elementos do espaço, S_1 e S_2 . Esses pontos podem se mover no interior da mesma porção do espaço (por exemplo, um bloco unitário, uma galeria ou outro elemento) ou no interior de porções separadas do espaço (por exemplo, uma sondagem e um bloco unitário, dois blocos unitários, entre outros).

No caso de algumas configurações simples de amostragem, alguns gráficos têm sido construídos a fim de fornecer a média das funções γ associadas a tais configurações. Essas funções γ se dão em função do patamar e do alcance do variograma criado, além da disposição e do tamanho dos elementos a serem estimados e seus estimadores. Esses gráficos respondem a configurações simples de amostragem e são utilizados preferencialmente quando as facilidades computacionais necessárias estão indisponíveis (Figs. 4.35 e 4.36).

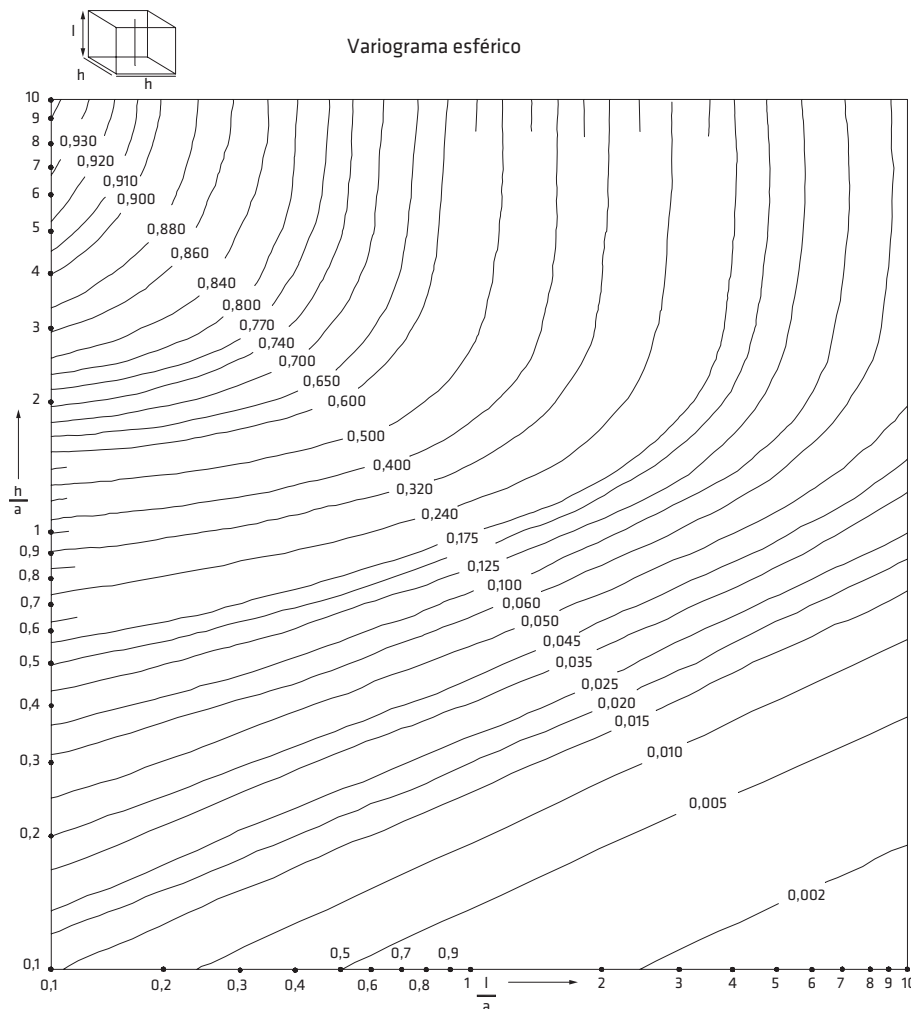


Fig. 4.35 Variância de estimativa de uma sondagem central realizada em um bloco $h \cdot h \cdot l$; $1/C F(h/a, h/a, l/a)$

As aplicações geoestatísticas, no entanto, são normalmente executadas quando se dispõe de facilidades computacionais, de maneira que o seguinte procedimento pode ser utilizado: são representados por uma malha de pontos tanto os elementos que compõem um corpo a ser estimado (por exemplo, V) quanto aqueles que constituem os

A fórmula geral utilizada para determinar a variância de estimativa de um volume v para um volume V ,

$$\sigma^2 \text{ estimativa} = 2\bar{\gamma}_{(VV)} - \bar{\gamma}_{(VV)} - \bar{\gamma}_{(vv)} \quad (4.78)$$

requer o cálculo dos termos:

- $\bar{\gamma}_{(VV)}$ = valor médio das discrepâncias ao quadrado entre valores associados a dois pontos, um localizado em V e outro em v ;
- $\bar{\gamma}_{(VV)}$ = valor médio das discrepâncias ao quadrado entre valores associados a dois pontos, ambos localizados em V ;
- $\bar{\gamma}_{(vv)}$ = valor médio das discrepâncias ao quadrado entre valores associados a dois pontos, ambos localizados em v .

Como exercício, pode-se determinar a variância de estimativa de um ponto em um segmento L , estando o ponto localizado no centro de L , e a variância de estimativa de dois pontos em L , considerando que os pontos estão localizados nas extremidades de L (Fig. 4.37).



Fig. 4.37 Duas configurações de amostragem de uma linha

4.2.6 Controle de programas de exploração e produção

As variâncias são ferramentas muito úteis na análise de amostragens e nos programas de exploração e produção mineral. Um princípio geral relacionado à composição das variâncias cumpre um papel relevante nesse tipo de análise. Esse princípio dá origem a três aproximações, apresentadas a seguir.

Princípio de composição de um término de linha e de um término de fatia

Considerando n linhas de sondagens e p sondagens por linha (com a = malha de reconhecimento de uma linha e b = distância entre as linhas) para o reconhecimento de uma jazida, o erro total cometido será estimado com base em dois termos que podem ser considerados independentes (Fig. 4.38).

Erro total = T_1 + T_2
 = erro ao estimar as n linhas erro ao estimar as n fatias da jazida
 com base nas $n \cdot p$ amostras + com base nas n linhas totalmente supostas conhecidas

Portanto:

$$\sigma_E^2 = \frac{\sigma^2(a)}{n \cdot p} + \frac{\sigma^2(b, L)}{n} \quad (4.79)$$

T_1 é denominado término de linha e T_2 , término de fatia; $\sigma^2(a)$ representa a variância de extensão de uma sondagem central de distância a . Por sua vez, $\sigma^2(b, L)$ é a variância de extensão entre uma linha central e o retângulo $(b \cdot L)$.

Princípio de composição das variâncias de extensão elementares

Nesse caso, são consideradas as variâncias de extensão de cada sondagem a seu retângulo de influência, assumindo

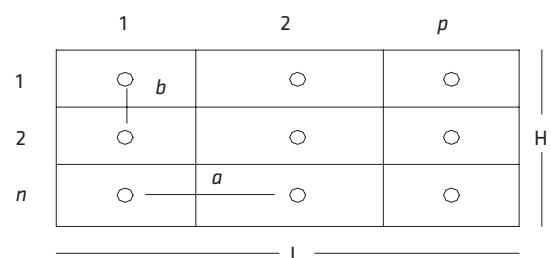


Fig. 4.38 Composição de término de linha e de término de fatia

5.1 ESTIMATIVA: RECURSOS IN SITU

Diversos critérios podem fornecer uma medida ou estimador de determinada característica em estudo com o objetivo de estabelecer estimativas. No entanto, a *exatidão* e a *precisão* dessas estimativas são dois aspectos que, de fato, diferenciam os critérios utilizados. Entende-se *exatidão* como a aproximação existente entre o valor das estimativas e o valor real desconhecido que se espera encontrar. Por *precisão*, compreendem-se as flutuações das estimativas com relação a seu valor esperado. Assim, um estimador pode ser exato e estar relacionado a uma grande imprecisão ou ser inexato e estar relacionado a uma grande precisão.

Na estimativa de reservas, por exemplo, há diversos critérios frequentemente utilizados na prática da mineração. Por um lado, o *método de seções* considera vários cortes consecutivos de um depósito, que são estimados ponderando, primeiro, as médias de amostras existentes nessa seção a partir da porção correspondente e, depois, estudando essas seções segundo os volumes aos quais se associam. Por outro lado, o *método da poligonal* consiste na superposição de um sistema de polígonos adjacentes sobre a superfície do depósito, de maneira que cada polígono esteja associado a um dos elementos de amostragem (por exemplo, uma sondagem).

O *método de inverso da distância* também é frequentemente utilizado e consiste na consideração de diversas amostras com o objetivo de estimar um bloco mineral. Nesse caso, cada amostra é estudada com base no inverso da distância ao centro do bloco, sendo essa distância geralmente elevada a uma determinada potência. A Eq. 5.1 representa a estimativa de um bloco com base em três amostras (Fig. 5.1), utilizando a potência 1,8.

$$Z^* = \frac{\frac{(1)}{d_1^{1,8}} Z_1 + \frac{(1)}{d_2^{1,8}} Z_2 + \frac{(1)}{d_3^{1,8}} Z_3}{\frac{(1)}{d_1^{1,8}} + \frac{(1)}{d_2^{1,8}} + \frac{(1)}{d_3^{1,8}}} \quad (5.1)$$

Observa-se que, por meio da aplicação do critério do inverso da distância, as amostras localizadas no centro do bloco não podem ser consideradas, porque, nesse caso, a Eq. 5.1 seria indeterminada, já que a distância a partir do centro resulta em zero.

Assim, seria possível afirmar que os estimadores fornecidos por qualquer um dos métodos citados anteriormente podem ser estabelecidos por meio de ponderações específicas que interfiram nas amostras utilizadas na estimativa, conforme ilustra a seguinte expressão:

$$Z^* = \lambda_1 \cdot \text{amostra 1} + \lambda_2 \cdot \text{amostra 2} + \dots + \lambda_N \cdot \text{amostra N} \quad (5.2)$$

em que:

Z^* = estimador;

λ_i = ponderador associado à amostra i ;

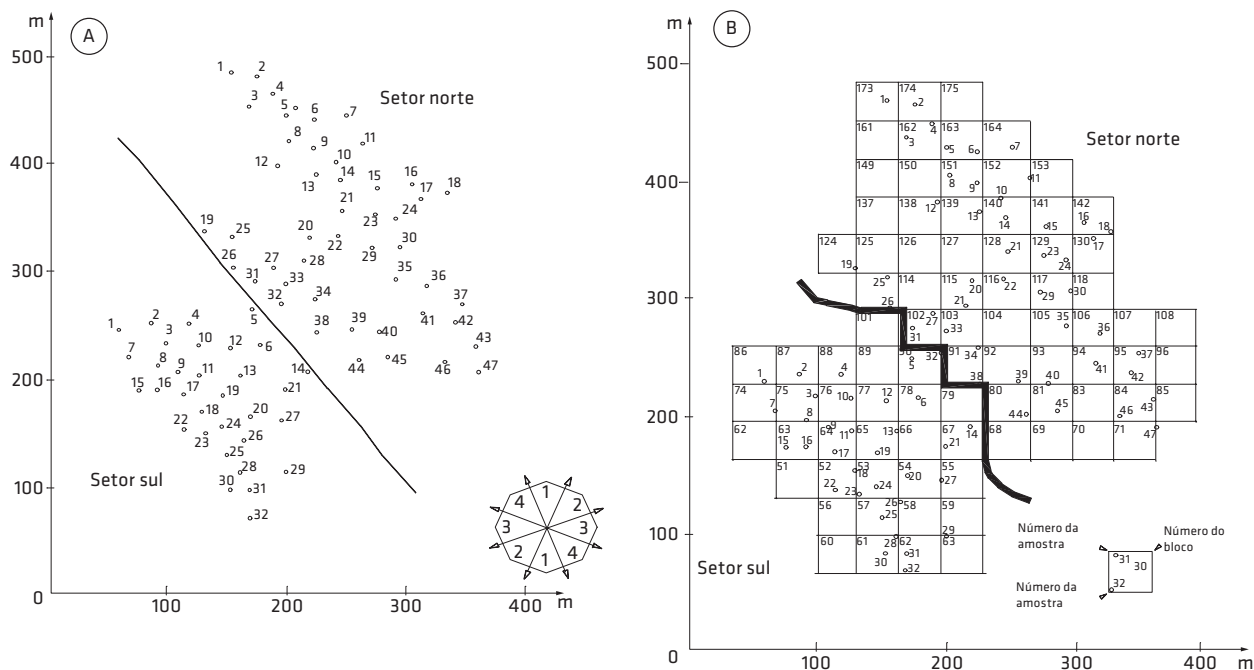


Fig. 5.12 (A) Localização das sondagens de exploração e (B) modelo geométrico de acordo com uma malha quadrada

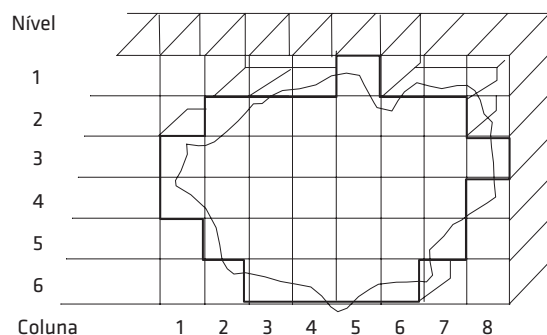


Fig. 5.13 Modelagem geométrica seção: Fila 21

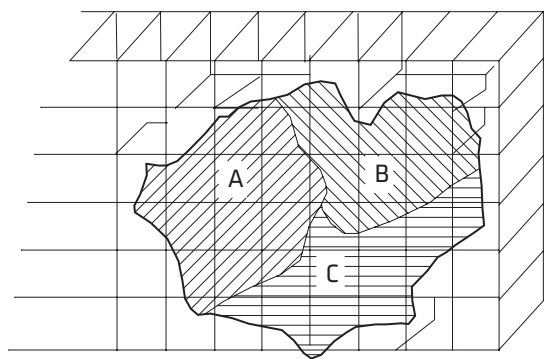


Fig. 5.14 Três zonas geológicas

A Fig. 5.15 apresenta um diagrama de relações das principais atividades associadas à análise de recursos.

As variâncias de krigagem provenientes da estimativa de um conjunto de blocos podem ser utilizadas para determinar a influência do número de amostras na estimativa de um bloco, bem como a influência da distância média existente entre essas amostras e o centro do bloco na estimativa deste último. A Fig. 5.16 ilustra esse tipo de relações.

Por sua vez, o traçado das isovariâncias permite conhecer os setores mais ou menos confiáveis de um depósito em termos de seus teores de produção (Fig. 5.17).

5.1.6 Exemplo: estimativa de blocos de grande altura

O formalismo geoestatístico fornece a estimativa de teores e de variâncias associadas a essa estimativa.

A aplicação a seguir foi realizada em um depósito de cobre lavrado por meio do método de abatimento de blocos de grande altura, reconhecido por sondagens e canaletas.

A Fig. 5.18 mostra a disposição dos blocos de acordo com uma malha de amostragem irregular. A Fig. 5.19 ilustra os variogramas obtidos em um setor primário do depósito e a Fig. 5.20, o conjunto de variogramas obtidos em um setor secundário.

Essas figuras assinalam que os valores dos variogramas, incluindo os efeitos pepita e patamares, aumentam ou diminuem de acordo com os teores médios das amostras

Tab. 5.2 Associação cruzada: blocos/amostras/teores

Registro	Bloco	Número de amostras por bloco	Teor	X	Y	Z	Inclinação	Azimute	Drill-hole	N1	N2
1	570	1	0,0	4.999,91	428,09	187,15	300,80	-49,80	14	1	1
				4.999,91	429,09	187,15					
				4.999,91	428,09	187,15					
2	931	1	13,00	5.005,28	324,68	184,05	295,90	-40,60	6	1	1
				5.005,28	324,68	184,05					
				5.005,28	324,68	184,05					
3	950	1	16,60	4.997,19	382,98	185,53	299,80	-44,00	22	1	1
				4.997,19	382,98	185,53					
				4.997,19	382,98	185,53					
4	1011	1	0,0	5.003,62	523,91	185,49	299,10	-55,10	3	3	11
				5.003,62	523,91	185,49					
				5.003,62	523,91	185,49					
5	1030	1	12,50	4.991,95	586,85	185,71	298,70	-49,30	21	1	1
				4.991,95	586,85	185,71					
				4.991,95	586,85	185,71					
6	1051	1	6,10	5.033,87	600,16	185,00	301,70	-58,00	35	1	1
				5.033,87	600,16	185,00					
				5.033,87	600,16	185,00					
7	1070	1	7,30	4.979,09	650,33	182,77	301,20	-50,50	13	1	1
				4.979,09	650,33	182,77					
				4.979,09	650,33	182,77					
8	1090	1	27,20	4.976,63	720,43	180,14	297,20	-36,80	4	1	1 (1)
				4.976,63	720,43	180,14					
				4.976,63	720,43	180,14					
9	1269	1	9,90	4.948,15	187,78	172,97	97,70	-44,50	25	1	1
				4.948,15	187,78	172,97					
				4.948,15	187,78	172,97					
10	1330	1	10,20	4.989,25	323,65	172,14	295,90	-40,60	6	2	2 (2)
				4.989,25	323,65	172,14					
				4.989,25	323,65	172,14					

Observações:

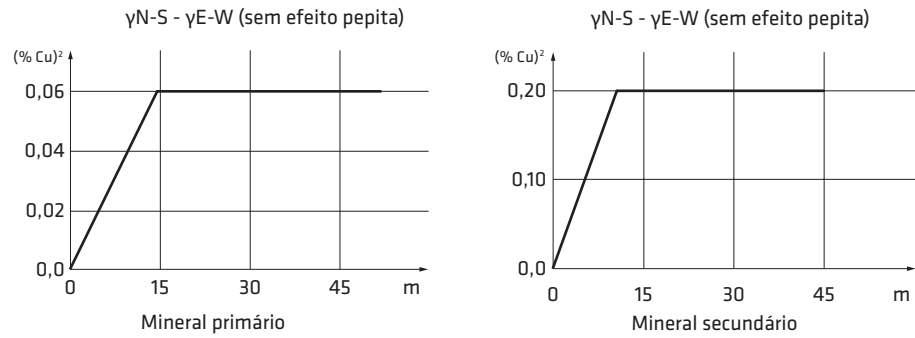
(1) a primeira amostra da sondagem 4, que se identifica com uma inclinação de 297,20 e um azimute de 36,80, está contida no bloco 1090. Essa amostra apresenta um teor de 27,20 e suas coordenadas estão associadas a X, Y, Z.

(2) a segunda amostra da sondagem 6, que se identifica com uma inclinação de 295,90 e um azimute de 40,60, está contida no bloco 1330. Essa amostra apresenta um teor de 10,20 e suas coordenadas estão associadas a X, Y, Z.

Tab. 5.3 Estimativa por krigagem

Bloco a estimar	Banco = 2	Fila = 10	Coluna = 8	N = 475,0	E = 4.875,0 189,5	Elev =	Bloco = 588
Bloco vizinho	Banco = 2	Fila = 9	Coluna = 10	Bloco = 570		Número de amostras = 1	
		Número	Registro	X	Y	Z	Teor de distribuição
		1	1	4.999,91	428,09	187,15	0,0 133,4
Bloco vizinho	Banco = 3	Fila = 8	Coluna = 10	Bloco = 950		Número de amostras = 1	
		Número	Registro	X	Y	Z	Teor de distribuição
		2	3	4.997,19	382,98	185,53	16,60 153,0

Fig. 5.24 Diferença dos valores apresentados pelos semivariogramas localizados ao longo das direções N-S e E-W (sem efeito pepita até uma distância de 45 m)



Encontra-se uma variação dessa definição no variograma relativo geral. Nesse caso, divide-se o variograma $\gamma(h)$ para uma distância h pelo quadrado da média dos valores utilizados para obter o valor $\gamma(h)$. Esse valor representa o variograma relativo geral para a distância h . Geralmente, a função de um variograma relativo é suavizar as variações apresentadas por um variograma quando seus valores são afetados pelo valor médio das amostras utilizadas. Outro procedimento empregado para amenizar as variações é simplesmente gerar variogramas com base nos logaritmos dos valores em estudo.

A Fig. 5.25 demonstra a correlação existente entre valores de teores krigados e teores correspondentes a amostras praticadas nos pontos de passo de minério (*ore-pass*), sem levar em conta a altura do mineral extraído dos blocos. Por sua vez, a Fig. 5.26 ilustra a razão entre teores krigados e teores correspondentes a amostras de *ore-pass* em função da altura do nível lavrado.

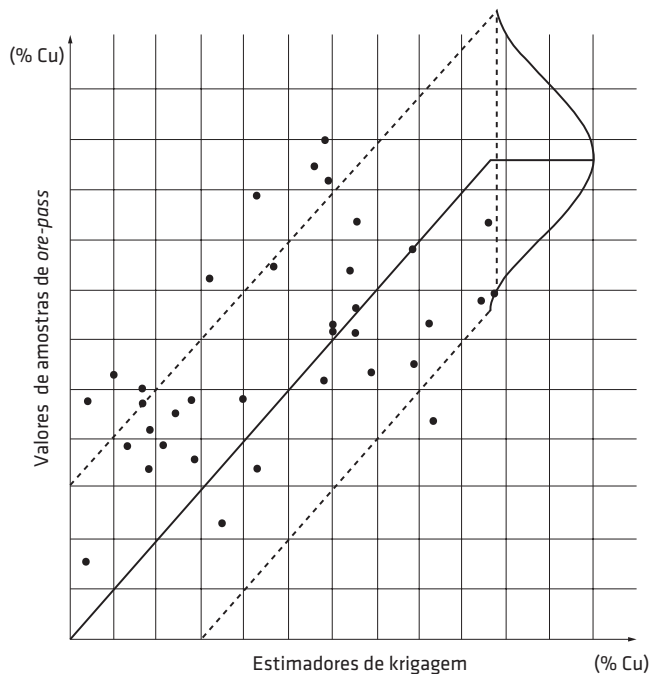


Fig. 5.25 Correlação entre valores krigados e valores amostrados (estimadores de krigagem a um nível de confiabilidade de 95%, cobre 72% dos valores de amostras de *ore-pass*). Os estimadores de krigagem dizem respeito à tonelagem estimada dos blocos, enquanto os valores de amostra de *ore-pass* se referem às tonelagens extraídas desses blocos. Em alguns casos, tonelagens estimadas e tonelagens extraídas apresentam valores divergentes

teores krigados e teores correspondentes a amostras de *ore-pass* em função da altura do nível lavrado.

Finalmente, a Fig. 5.27 apresenta o formalismo utilizado para o cálculo da variância de estimativa, que, nessas circunstâncias, resulta da consideração dos tipos de erro encontrados.

$$\sigma_s^2 = D^2 (C/B) / N + \sigma_B^2 / N$$

em que:

σ_s^2 = variância de estimativa baseada em N *ore-pass*;

$D^2 (C/B)$ = variância de dispersão do volume parcial C no interior do volume B do bloco;

σ_B^2 = variância de estimativa (variância de krigagem) dos blocos individuais B (assume-se que os erros de estimativa associados aos blocos individuais são independentes).

5.2 AMOSTRAGEM DE MATERIAL PARTICULADO

São três as fases mais importantes nas quais a informação principal demanda medidas rigorosas e validação: estimativa de recursos (teores *in situ*), seleção do mineral a ser lavrado (mineral/estéril/mineral marginal) e caracterização do mineral circulante (produtos em processo).

6.1 DISTRIBUIÇÕES LOCAIS: RECURSOS RECUPERÁVEIS

A necessidade de estabelecer uma reconciliação entre os recursos estimados (*in situ*) e os recursos processáveis (recuperáveis) é basicamente econômica. Conforme indicam as relações a seguir, todo desvio entre teores ou conteúdos produz um considerável prejuízo econômico.

Bloco mineral rico	{ - subestimativa: prejuízo causado pela extração postergada de bloco mineral mais rico. - superestimativa: prejuízo causado pela antecipação da extração de mineral menos rico de diferentes características e relação custo/ganhos divergente.
Bloco mineral pobre	{ - subestimativa: prejuízo causado por um possível envio do bloco de minério para estéril. - superestimativa: prejuízo causado pela antecipação da extração de mineral mais pobre.

Todos os prejuízos apontados podem ser calculados e avaliados em termos econômicos. Entre os fatores que influenciam a magnitude desses prejuízos, encontram-se o grau de informação (na exploração, na estimativa, no nível de seleção, na dianteira da exploração) e o grau de seleção mineral (tamanho do bloco e teor de corte).

A estimativa dos recursos de um depósito é normalmente realizada com base em algum critério convencional não geoestatístico (poligonal, inverso da distância, método de seções, entre outros) ou krigagem. Qualquer um desses critérios, incluindo a krigagem, fornece uma *estimativa de longo prazo* que, ainda que produza uma distribuição imparcial de estimadores, esconde a verdadeira variabilidade *in situ*, produzindo, assim, uma *suavização artificial* da realidade, com desvios positivos e negativos. Além de considerar critérios geoestatísticos que tendem a diminuir esse efeito de suavização (discriminação populacional, indicadores, simulação, entre outros), a *última informação* obtida antes das operações de lavra do mineral, como nos furos de perfuratriz (operações a céu aberto) ou na amostragem de passagens de minério (ou *ore pass*, operações subterrâneas), fornece os dados cruciais para a *estimativa de curto prazo*.

Para estabelecer essa estimativa, é necessário determinar 1) o tamanho *ideal* do bloco de minério (unidade básica de extração, UBE) que melhor responda à distribuição tonelagem-teor mais apropriada do empreendimento e 2) a configuração dos furos de perfuratriz (distribuição espacial, malha e extensão comprometida na estimativa de um bloco) que será aplicada (por exemplo, por meio

No total, são 18.095 amostras de 1,5 m de comprimento. As amostras (1,5 m), de acordo com o tipo mineral, somam 9.314 amostras. Em compósitos de 10 m, essas amostras minerais se reduzem a 1.392; em compósitos de 15 m, a 937; em compósitos de 20 m, têm-se somente 687 amostras. A Tab. 6.3 fornece uma caracterização estatística dessas amostras.

As Figs. 6.10 a 6.13 ilustram os histogramas das quatro populações, ou seja, amostras originais de 1,5 m e compósitos de 10 m, 15 m e 20 m.

A relação de aditividade de variâncias

Uma distribuição estatística é caracterizada essencialmente por sua forma, valor médio e variância. Assim, os histogramas fornecidos pelas Figs. 6.10 a 6.13 permitem caracterizar a distribuição de teores correspondentes a compósitos de 1,5 m, 10 m, 15 m e 20 m. No entanto, apesar de uma possível correspondência entre o comprimento dos compósitos e uma das dimensões dos blocos unitários de extração, a distribuição de compósitos não representa a distribuição dos blocos unitários correspondentes. Os blocos constituem agregações de material mineralizado conformadas por diferentes intervalos de teores de mineral, e, assim, esses valores médios dão origem a distribuições que necessariamente divergem daquelas geradas com base nos compósitos considerados individualmente.

Quadro 6.1 Unidades geológicas e descrição

Unidade geológica			Descrição
1			Cascalho estéril
2			Cascalho mineralizado
3			Lixiviado
4			Vulcânico
5			Óxidos
6			Mistos
7	17	27	Veio enriquecido
8	18	28	Veio primário
9			Cloritizado
10	20	30	Sericítico estéril
11	21	31	Sericítico enriquecido
12			Sericítico primário
13	23	33	Primário enriquecido
14	24	34	Primário
15			Falha
16			Metamórfico

Tab. 6.3 Estatísticas de amostras do depósito

Unidade geológica (UG)	Tipo	Amostras	Média % Cu	Variância	Mín. % Cu	Máx. % Cu
1	Cascalho	303	0,022	0,003	0,001	0,633
2	Cascalho	5	0,693	0,035	0,547	0,993
3	Estéril	1.432	0,061	0,024	0,001	3,420
4	Estéril	1.206	0,034	0,009	0,001	2,256
5	Estéril	229	0,864	1,232	0,013	7,380
6	Minério	551	1,808	5,068	0,019	25,90
7-17-27	Minério	2.020	2,267	5,703	0,030	28,90
8-18-28	Minério	761	1,914	4,390	0,060	22,200
9	Estéril	1.337	0,030	0,014	0,001	2,648
10-20-30	Estéril	4.197	0,122	0,029	0,001	2,640
11-21-31	Minério	1.468	0,5955	0,381	0,031	8,32
12	Minério	573	0,470	0,116	0,032	3,38
13-23-33	Minério	138	1,582	2,611	0,073	13,280
14-24-34	Minério	3.803	0,9645	0,6283	0,008	12,700
15	Estéril	72	0,1534	0,219	0,001	3,760
16	Estéril	-	-	-	-	-
Total	1,5 m	18.095	0,716	1,766	0,001	28,9
Minério	1,5 m	9.314	1,295	2,673	0,008	28,9
	10,0 m	1.392	1,255	1,171	0,081	9,24
	15,0 m	937	1,233	0,935	0,067	8,067
	20,0 m	687	1,228	0,107	0,107	6,074

De modo que, para uma tonelagem T_{UBEk} , o resíduo ou retorno incremental total pode ser representado por:

$$I_{UBEk} = T_{UBEk} (m_{UBEk} - x_{UBEk})$$

Todas essas equações foram incorporadas em um programa de computador que forneceu os resultados indicados na seção a seguir.

Resultados obtidos

As Figs. 6.17, 6.18 e 6.19 apresentam as relações existentes entre o teor de corte e o teor médio, a recuperação mineral e o cobre fino recuperável, respectivamente. A Fig. 6.20 descreve o retorno incremental total em função do teor de corte.

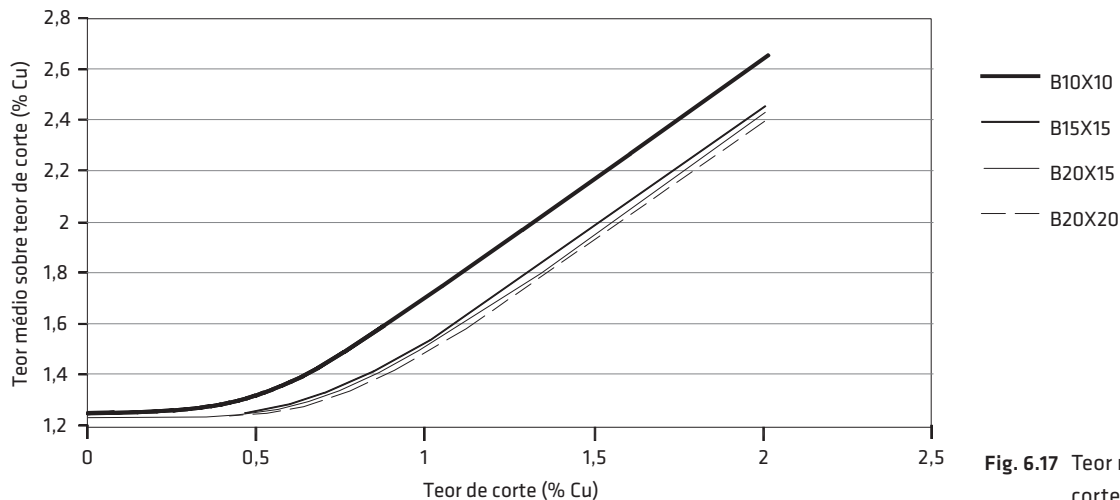


Fig. 6.17 Teor médio *versus* teor de corte

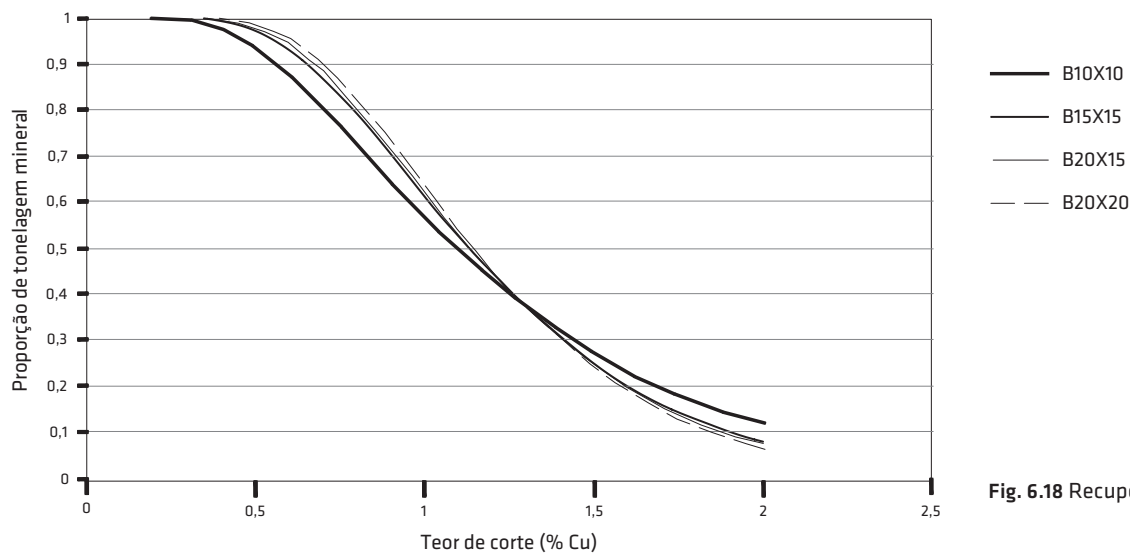


Fig. 6.18 Recuperação de minério

De tais relações, depreende-se que:

- Do ponto de vista do teor do mineral, as unidades menores favorecem um alto teor médio. Nesse sentido, as unidades de 10 m de altura se destacam em relação às unidades de 15 m e 20 m, independentemente do teor de corte selecionado.

criação de médias móveis em cada ponto de uma malha tridimensional gerada para esse efeito e 2) pela técnica das bandas rotativas e a segunda, 1) pela simulação sequencial gaussiana e 2) pela simulação sequencial de indicadores.

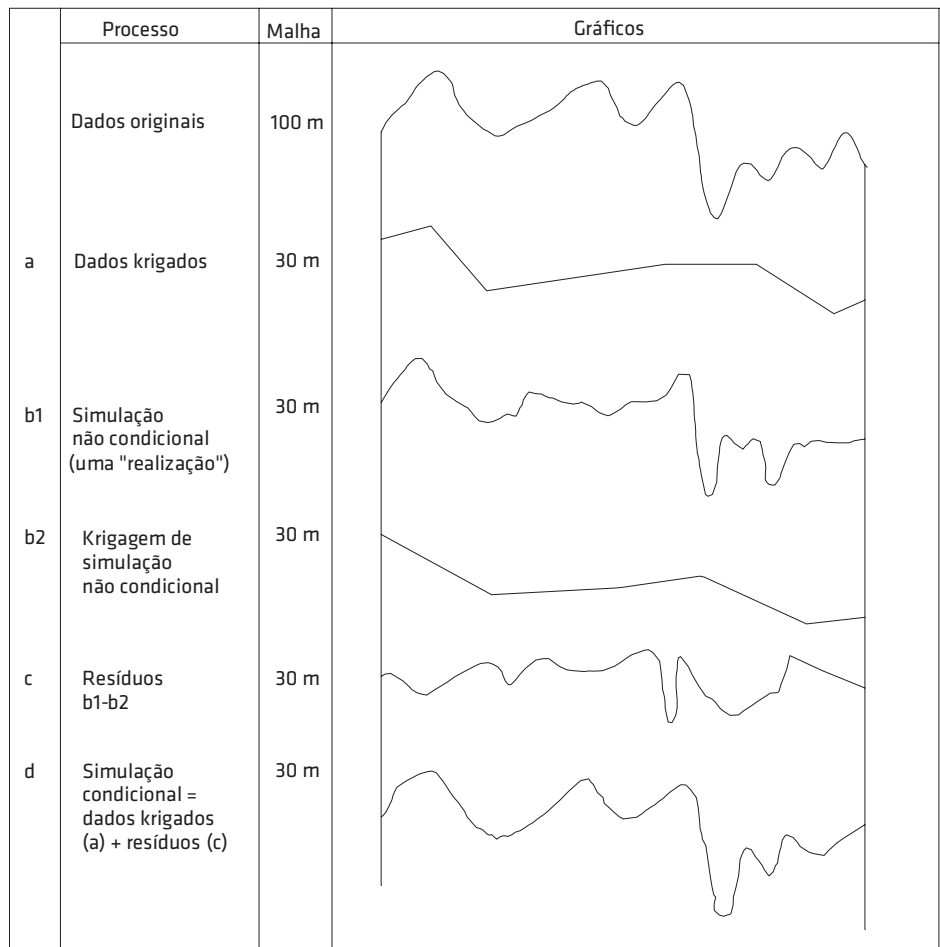


Fig. 6.23 Conceito de simulação condicional

Simulação de médias espaciais móveis

Metodologia

Gera-se uma malha tridimensional ou bidimensional na qual, a cada nó, é associado um número aleatório, independentemente de outros já existentes, extraído de uma distribuição uniforme. Com base em uma janela (circular ou esférica com raio equivalente, em ambos os casos, ao alcance do semivariograma), calcula-se, em cada nó, a soma normalizada de todos os valores aleatórios contidos na janela a ele associada. Essa soma normalizada constitui o valor simulado não condicional associado ao respectivo nó. Obtém-se, então, um $ms(no-c)$.

Utilizando os dados originais, estima-se por krigagem cada nó da malha, obtendo-se um valor mk correspondente ao nó.

Finalmente, com base nos valores simulados não condicionais, estima-se por krigagem cada nó da malha, obtendo-se um valor $ms(no-c)k$. E, assim, o valor condicionalmente simulado, $ms(c)$, em cada nó é obtido por meio da relação $ms(c) = mk + \{ms(no - c) - ms(no - c)k\}$.

Parte III

PLANEJAMENTO MINEIRO:
A CONVERSÃO DE RECURSOS
EM RESERVAS

7.1 PARÂMETROS A SEREM CONSIDERADOS NO PLANEJAMENTO MINEIRO

7.1.1 Valor do produto

Esse valor é função do preço do produto que será obtido por meio da extração e beneficiamento do minério na jazida e é representado, geralmente, por uma fórmula que pode estar explícita ou implicitamente ligada ao preço do metal. Assim, diversas expressões são comumente utilizadas.

7.1.2 Valor da unidade de metal contido no minério

Nesse caso, determina-se o valor b de uma tonelada de minério de teor por unidade, de maneira que a tonelada de minério de um teor qualquer m apresente o valor:

$$V(m) = b \cdot m \cdot \phi \quad (7.1)$$

Considerando uma recuperação metalúrgica ϕ , b também pode incluir custos de processo (toll payment).

7.1.3 Valor do concentrado com custos de processo dependentes do teor de metal

$$V(c) = (P - G) \cdot (c - q) - S \quad (7.2)$$

em que:

$V(c)$ = valor da unidade de concentrado de teor c (US\$/t con) (con = concentrado);

P = cotação da unidade de metal (US\$ $\times 10^{-2}$ /lb);

G = gastos de fundição, refino e comercialização por unidade de metal (US\$ $\times 10^{-2}$ /lb);

c = teor de metal do produto (% de metal);

q = perdas metalúrgicas (% de metal);

S = gastos por unidade de concentrado durante o transporte para o processo de fundição e refino.

Por exemplo, no caso de um concentrado de cobre, pode-se ter:

$P = 100 \text{ US\$} \times 10^{-2}/\text{lb}$;

$G = 10 \text{ US\$} \times 10^{-2}/\text{lb}$;

c = teor do concentrado de cobre;

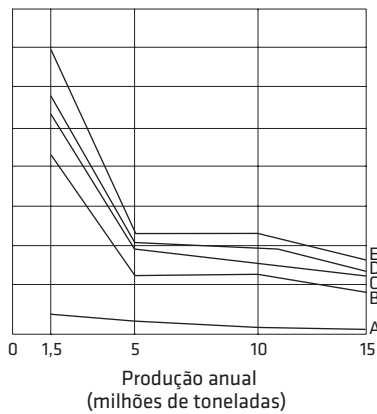
$q = 5\% \text{ Cu}$;

$S = 50 \text{ US\$}/\text{t con}$.

$$V(c) = 2,205 \left(\frac{100 - 10}{100} \right) \cdot \left(\frac{c - 5}{100} \right) - 50 \text{ (US\$ / t con)} \quad (7.3)$$

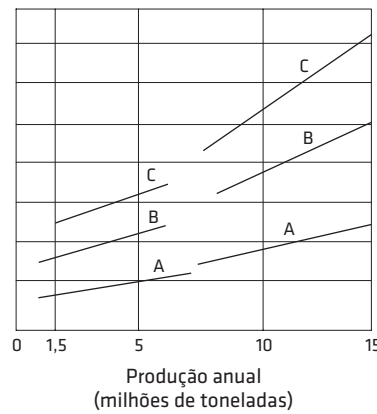
Nesse caso, fazendo variar o teor do produto c , obtém-se uma série de retas $V(c)$ que correspondem, por exemplo, a diferentes cotações de metal (P). No entanto,

(A)
US\$/t



A = preparação sobrecarga + desmonte de rochas
B = A + remoção sobrecarga
C = B + lavra do mineral
D = C + tratamento mineral
E = D + gastos gerais + gastos ambientais

(B)
Milhões US\$



A = mina
B = mina + gastos gerais
C = mina + gastos gerais + planta

Fig. 7.1 (A) Custo de produção versus nível de produção e (B) custo de capital versus nível de produção

É possível afirmar que, geralmente, na passagem de um estrato produtivo a outro, são produzidas descontinuidades na função $p(t)$ (por exemplo, *limiares*) que permitem diferenciar estratos que respondem a tecnologias diferentes (caso típico das chamadas pequenas, médias e grandes minerações). As descontinuidades da função $p(t)$ conduzem a variações incrementais da função custo anual, $p(t) \cdot t$, conforme será demonstrado posteriormente. Assim, estratos de produção diferentes demandam funções de custo distintas.

7.1.7 Custo de investimento

O custo de investimento também é função do nível de produção t . A expressão mais comumente utilizada na indústria é:

$$I(t) = C_0 + C_1 \cdot t^\gamma, \text{ com } 0 < \gamma < 1 \quad (7.8)$$

em que:

$I(t)$ = investimento total;

C_0 e C_1 = parâmetros dependentes da tecnologia;

t = nível de produção anual (t/ano).

É possível, sem muito erro e para facilitar os cálculos, considerar $\gamma = 1$, conforme indica a Fig. 7.1B.

7.1.8 Atualização e taxa de juros do capital

Uma vez que as receitas e despesas compreendidas durante o tempo de vida do projeto são realizadas em anos diferentes, elas não podem ser tratadas como valores monetários de igual significado. Assim, é preciso levar em conta o conceito de *atualização* ou *valor presente*. Considere-se i a taxa de juros anual do mercado de capitais. Um valor v (US\$) sofrerá desvalorização no momento $d\tau$ em:

$$dv = -i \cdot v \cdot d\tau \quad (7.9)$$

de modo que

$$\frac{1}{v} \frac{dv}{d\tau} = -i \quad (7.10)$$

Tab. 7.1 Estimativa de custos de capital e custos de operação *versus* capacidade

Capacidade (milhões t/ano)	Custos de capital (MUS\$)			Total	Custos de operação (US\$/t)			Total
	Mina	Usina	Infraestrutura		Mina	Usina	Infraestrutura	
7,3	30	130	43	203	2,59	4,81	1,52	8,92
11,0	44	185	73	302	2,45	4,56	1,44	8,45
14,6	60	240	100	400	2,38	4,43	1,39	8,20

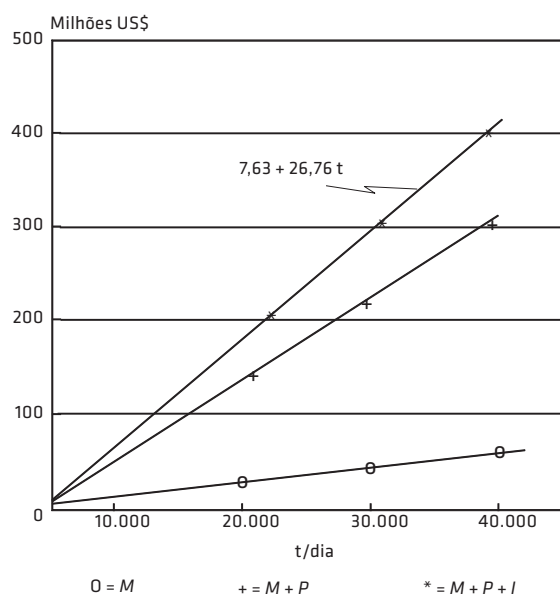


Fig. 7.3 Relações entre custos de capital e nível de produção, com M = mina, P = usina e I = infraestrutura

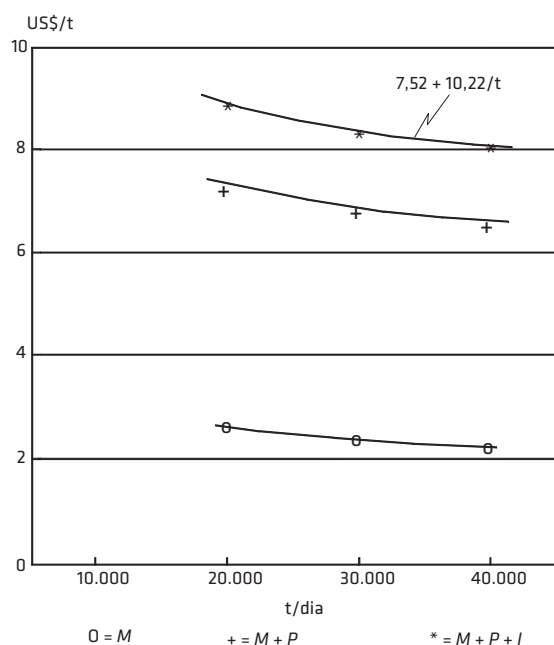


Fig. 7.4 Relações entre custos de operação e nível de produção

7.1.12 Relações entre custos de capital e custos de operação

A Tab. 7.1 fornece os valores estimados dos custos de capital e dos custos de operação para uma extração de minérios com produção diária entre 20.000 t e 40.000 t.

A Fig. 7.3 apresenta as relações dos custos de capital e a Fig. 7.4, as relações dos custos de operação.

As relações anteriormente descritas, vinculadas ao dimensionamento produtivo, constituem um dos elementos mais importantes a considerar com relação à viabilidade do empreendimento mineral. Os demais elementos são constituídos pela reserva disponível e pelo consumo dessa reserva no decorrer do tempo. Com o objetivo de vincular esses três elementos do desenho e do planejamento mineiro, foram desenvolvidos alguns formalismos técnico-econômicos, que serão examinados a seguir.

7.2 FORMALISMOS TÉCNICO-ECONÔMICOS PARA O DESENVOLVIMENTO DO DESENHO E PLANEJAMENTO MINEIRO

O dimensionamento produtivo deve balancear, levando em consideração aspectos técnicos e econômicos, a disponibilidade e o consumo do recurso extraível. A disponibilidade traduz, em essência, a curva tonelagem-teor presente. O consumo está representado pela sequência extrativa do minério no decorrer do tempo. O balanço adequado requer a aplicação de formalismos e critérios técnico-econômicos.

7.2.1 Formalismos técnico-econômicos

Desde que Hotelling (1931) propôs o princípio de equilíbrio entre a oferta e a demanda de um recurso natural com base nos aumentos similares do preço do recurso e na taxa de desconto aplicada a empreendimentos de risco, foram motivadas diversas análises com o intuito de avaliar a disponibilidade e o consumo do recurso mineral. E isso porque o recurso mineral, assim como qualquer outro recurso

8.1 OTIMIZAÇÃO DO EMPREENDIMENTO: ESTRATÉGIA DE CONSUMO DAS RESERVAS

Ainda que a atual política de extração dos melhores teores e de tonelagens com menores custos, postergando deliberadamente os teores mais pobres e as tonelagens mais custosas, tenha sido sempre a política utilizada para guiar as iniciativas de mineração, coube a Lane (1988) a tarefa de formalizá-la analiticamente. Ele propôs a introdução de um *custo de oportunidade*, que, além de tratar sobre a questão do dimensionamento, inclui o sequenciamento de teores extraídos, permitindo acelerar o processo de extração dos setores mais promissores do depósito. Quanto maior a taxa de desconto utilizada, maior será esse custo adicional. Esse autor otimizou os fluxos anuais fornecidos pelo planejamento, de maneira que, acumulando-os no decorrer do tempo, seja possível estabelecer, por meio da aplicação de um processo iterativo, uma trajetória ótima de extração (Fig. 8.1), baseada em uma sequência de teores de corte decrescentes.

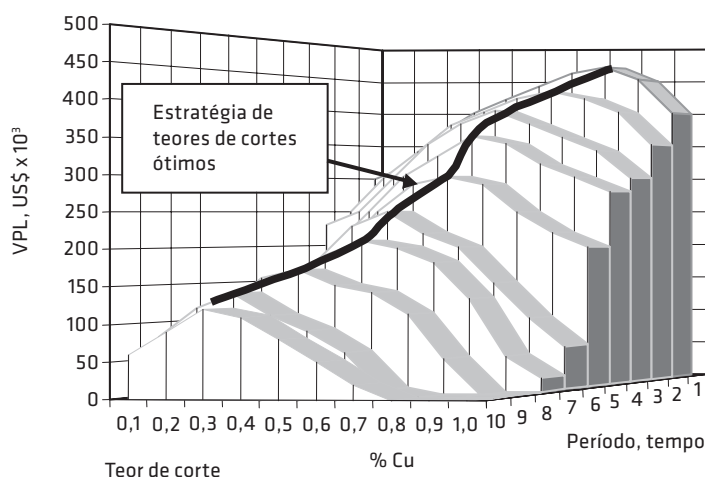


Fig. 8.1 VPL acumulado com uma política de teores de corte decrescentes

8.1.1 Metodologia utilizada para otimizar a estratégia de consumo das reservas: a proposta de Kenneth Lane

O planejamento da lavra tem o objetivo de conciliar três aspectos importantes para o empreendimento da mineração extrativista: a taxa produtiva anual, os recursos disponíveis anualmente e a sequência de consumo desses recursos. No entanto, esses três aspectos estão intimamente inter-relacionados.

A metodologia que mais tem contribuído para a análise desse tema é aquela que tem por base o formalismo de Kenneth Lane, que será apresentada a seguir.

Estabelecimento de uma sequência de teores de corte: o formalismo de Lane

Antes de descrever esse formalismo, serão resumidos os seus principais fundamentos.

portamento da variável considerada incerta e que é relevante para os rendimentos do projeto (modelagem da incerteza).

As respostas da gestão mineira diante de situações de contingência devem ser identificadas, explicitamente, por meio da observação de cenários de produção alternativos, que se fazem possíveis graças às flexibilizações disponíveis e às rupturas tecnológicas e de gestão.

O comportamento da incerteza é estabelecido por meio da caracterização estocástica da variável ou atributo relevante sujeito a flutuações, que é, nesse caso, o preço do metal.

8.3 MODELOS, PLANEJAMENTO DA LAVRA E INVENTÁRIO DE RESERVAS

No depósito (representado por seus recursos), deve-se buscar o minério que irá satisfazer a taxa produtiva no interior de uma envolvente que delimita qualitativamente as zonas de minério disponíveis para extração em longo prazo (representadas pelas reservas). Essa envolvente qualitativa delimita, essencialmente, o teor de corte crítico, ou simplesmente teor crítico de extração. Assim, a capacidade produtiva de uma mina aparece intimamente associada ao teor crítico de extração, que compreende tecnicamente todas as características intrínsecas da jazida e é definido, do ponto de vista econômico, como o teor mínimo que concede a uma tonelada de minério a possibilidade de produzir um rendimento (retorno marginal) que cubra exatamente o seu custo de produção (custo marginal).

A envolvente técnica e econômica da jazida define a reserva explorável por meio da tecnologia conhecida e das projeções de preço razoavelmente estabelecidas. Assim como, por definição, o teor mínimo de metal associado à envolvente terminal fornece um benefício econômico nulo, qualquer outro teor no interior dessa envolvente produzirá um benefício econômico positivo. Então, o objetivo será localizar, no interior dessa envolvente, diversos cenários de produção, com a possibilidade de satisfazer as demandas produtivas desejadas para curto e médio prazo. Entre todos esses cenários, será selecionado, com o objetivo de definir a envolvente explorável para o período escolhido, aquele que produza o maior VPL total.

A sequência de extração de minério no decorrer do tempo define a *estratégia de consumo das reservas estabelecidas*. Essa estratégia é colocada em prática durante as fases de dois a quatro anos de produção, as quais, envolvidas umas com as outras, integram o cenário extrativista selecionado. Cada uma dessas fases se encontra associada, no decorrer do tempo, com um teor mínimo de corte ou teor de corte. A *política de teores de corte estabelecida em uma determinada sequência extrativista fornece o máximo VPL possível durante o período do empreendimento em análise*.

A extensão da envolvente terminal condiciona, essencialmente, a vida útil da mina (longo prazo). A extensão do cenário extrativista selecionado no interior da envolvente explorável delimita o tempo de duração do empreendimento mineral. A extensão de cada fase (curto prazo) no interior do cenário extrativista selecionado corresponde a uma produção bianual a trianual acumulada.

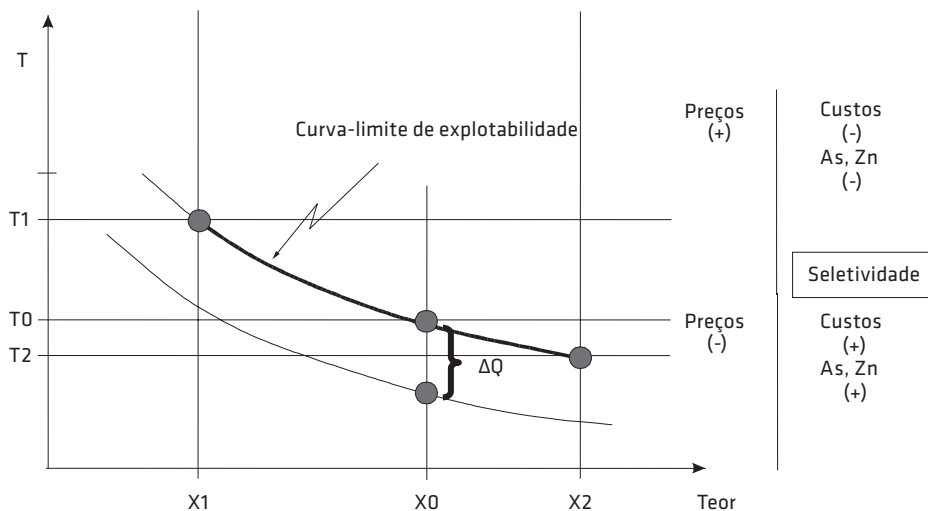


Fig. 8.7 Curva-limite de explotabilidade

8.3.2 Métodos e planejamento de produção: minas a céu aberto

O processo, nesse caso, envolve o modelo geométrico da envolvente que compreenderá todo o volume de cujo interior serão selecionadas as tonelagens que serão definidas como *minério na usina*, *minério a ser armazenado* ou *material estéril*. Essa envolvente define, na prática, os limites extremos do depósito a ser explorado. Evidentemente, o planejamento final desse tipo de mina a céu aberto deve respeitar as características geotécnicas do depósito. No interior dessa envolvente final, serão definidas as fases de extração que continuam ocorrendo com o passar do tempo de acordo com uma série de VPLs decrescentes (Fig. 8.10).

Desenho da cava final

A identificação dos setores extraíveis e dos setores estéreis de uma jazida deve necessariamente incorporar dados econômicos (em especial os retornos e os custos de operação) e técnicos (como a recuperação metalúrgica e os dados geotécnicos) e a análise dos benefícios associados à extração de cada bloco ou conjunto de blocos do depósito. A respeito do planejamento, são dois os procedimentos mais utilizados: o método manual e o computadorizado.

Método manual

A expressão que fornece o teor crítico pode ser utilizada para associar o teor de um setor mineralizado à relação estéril/minério que conduz à sua extração econômica.

Conforme explicitado anteriormente, o teor crítico pode ser determinado por:

$$\text{teor crítico} = \frac{\text{custo de operação}}{\text{valor da unidade de metal} \cdot \text{recuperação}} \quad (8.11)$$

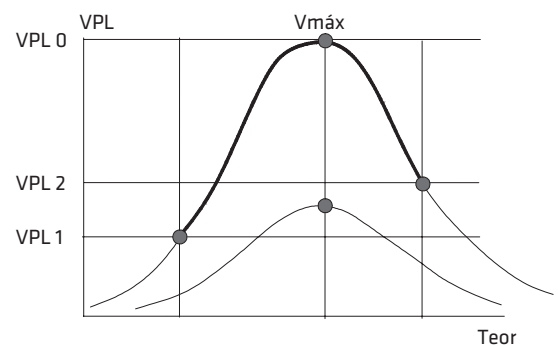


Fig. 8.8 Distribuições do VPL de acordo com cenários alternativos

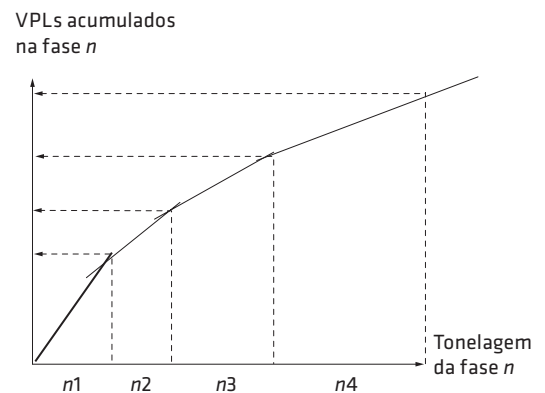


Fig. 8.9 Crescimento do VPL de acordo com o avanço na recuperação total da reserva

cação de técnicas de programação dinâmica e se concentraram no modelo de uma cava de duas dimensões. A otimização obtida por meio desse algoritmo na configuração de uma cava de duas dimensões pode ser demonstrada matematicamente. A extrapolação de um algoritmo otimizado a um modelo de três dimensões foi um trabalho elaborado principalmente por Johnson e Sharp (1971).

No entanto, nesse caso, a acumulação de seções otimizadas em duas dimensões não conduz a uma otimização imediata do conjunto de três dimensões. O algoritmo é muito rápido e uma série consecutiva de cavas pode ser analisada em pouco tempo com a finalidade de realizar uma posterior comparação (Fig. 8.17).

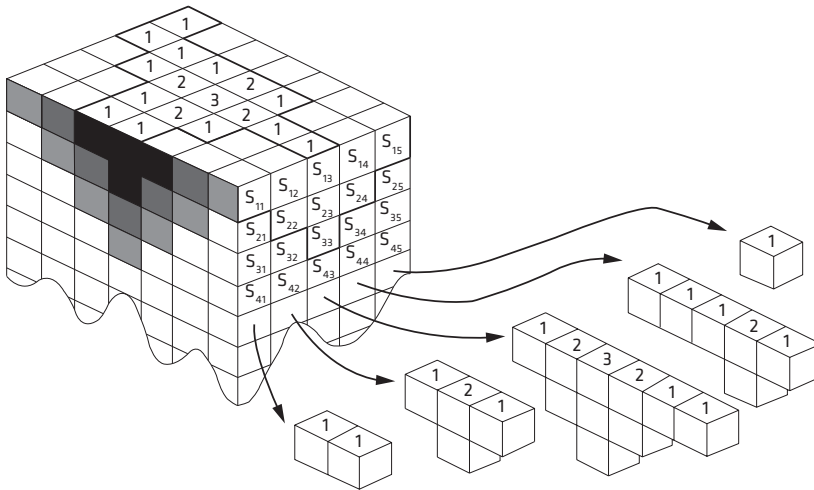


Fig. 8.17 Projeções 2D formando uma envolvente 3D: programação dinâmica

Teoria dos grafos

Esse tipo de modelo utiliza um procedimento baseado na teoria dos grafos que permitiu aos engenheiros Lerch e Grossman (1965) estabelecer uma metodologia de otimização para um modelo de cava final tridimensional. Basicamente, trata-se de unir os blocos entre si em ramos. Há ramos fortes (por exemplo, balanço econômico positivo) e fracos (balanço econômico negativo). Para extrair um ramo forte, é necessário extrair os ramos que condicionam sua extração. A configuração de blocos estabelecida para a análise da extração deve considerar uma expansão cônica que abarque normalmente três níveis e seja baseada em condições geotécnicas.

Programa de produção

Anteriormente, afirmou-se que a estratégia de consumo das reservas em uma operação a céu aberto poderia conduzir diretamente à definição de fases de extração por meio do estabelecimento da extração de blocos com um valor econômico mínimo (Fig. 8.18) ou segundo teores de corte diferentes (Fig. 8.19). Para cada fase, deve-se determinar um inventário das reservas, associando o material estéril de acordo com as bancadas (Mathieson, 1982).

Com o objetivo de definir uma sequência de extração, o tratamento das reservas e do material estéril associado a princípios da teoria de inventários empresta uma grande flexibilidade à análise.

9.1 A DECLARAÇÃO DO INVENTÁRIO DE RESERVAS MINERAIS

As reservas minerais declaradas representam um ativo de grande importância para uma empresa de mineração e são sustentadas por estudos de viabilidade que envolvem, evidentemente, os seus aspectos econômicos associados. Porém esse não é o caso dos recursos, que são categorizados de acordo com o conhecimento geológico disponível sobre eles. A seguir, serão definidas as diferentes categorias de materiais mineralizados e alguns de seus parâmetros de caracterização.

- *Recurso mineral*: tonelagem ou volume de rocha, mineralização ou minério de interesse econômico cujos teores, limites, evidência geológica e outras características quantitativas e qualitativas são bem conhecidos.
- *Recurso mineral medido*: volume de rocha cuja densidade e natureza de dados e informações (trincheiras, sondagens, amostras) possibilitam determinar, com alto grau de confiabilidade, as características e controles geológicos e a continuidade, tonelagem e teor da mineralização *in situ*, de maneira que seus parâmetros técnicos e econômicos permitem estabelecer razoavelmente sua potencial viabilidade econômica.
- *Recurso mineral indicado*: volume de rocha cuja densidade e natureza de dados e informações (trincheiras, sondagens, amostras) permitem, com limitada confiabilidade, interpretar o entorno geológico e determinar a continuidade da mineralização, de maneira que a incerteza que afeta os estimadores impede a aplicação de parâmetros técnicos e econômicos cujo objetivo é estimar a viabilidade econômica dessa mineralização.
- *Recurso mineral inferido*: volume de rocha que não dispõe de informações suficientes (trincheiras, sondagens, amostras) para permitir, com algum grau de confiabilidade, a interpretação do entorno geológico e a determinação da continuidade da mineralização.
- *Teor marginal (x_m)*: teor-limite que permite equilibrar os retornos e custos marginais. Também denominado *teor mínimo*, ele separa a parte mineralizada da porção estéril do depósito, além de fornecer o benefício máximo que se pode obter com a reserva ao longo de toda a sua vida útil.
- *Teor de corte (x)*: teor-limite que permite não apenas pagar a extração e o beneficiamento de uma tonelada de minério, mas também é capaz de gerar um determinado bem definido como benefício adicional. Caso esse teor não seja suficiente para cobrir esse benefício, ele passa a equivaler ao teor marginal.
- *Teor de corte limite (x_c)*: teor-limite abaixo do teor de corte que, em virtude de condições técnico-econômicas muito específicas, permite a extração de setores específicos do depósito, alterando, de alguma forma, os custos de extração do setor e produzindo, em todo caso, um aumento dos benefícios econômicos provenientes de sua extração.

nômico. Em outras palavras, a incerteza, medida pela probabilidade de ocorrência de um valor específico da variável em análise (por exemplo, teor, recuperação, preço, custo, toll payment etc.), deve necessariamente estar vinculada a um *prejuízo econômico* dos retornos do empreendimento para se constituir efetivamente em um *risco*. Especificamente, o conceito de risco relaciona a probabilidade de um prejuízo econômico ao valor que esse prejuízo pode alcançar.

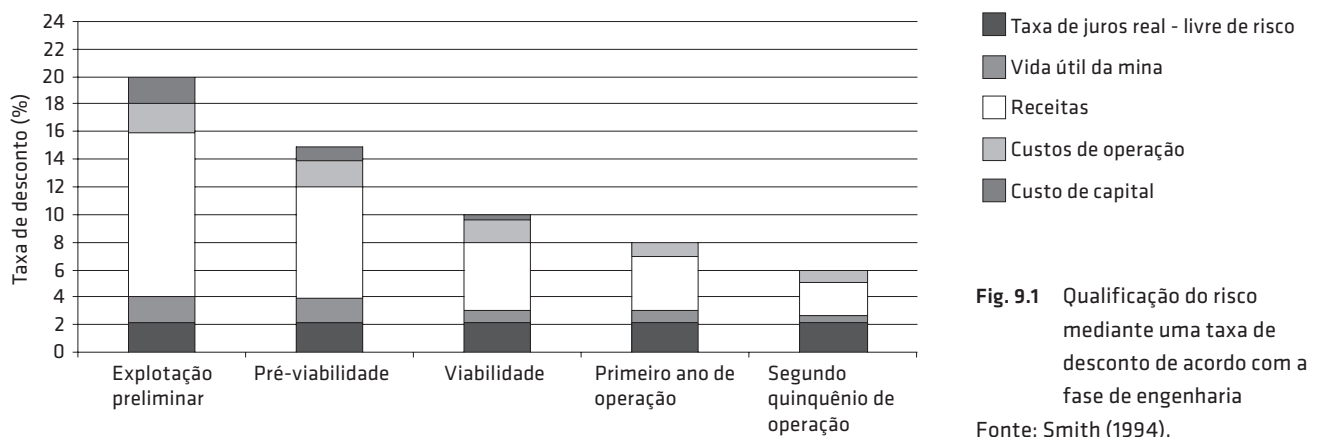
Assim, o conceito de risco passa indiscutivelmente pela revisão de conceitos probabilísticos, em especial aqueles de exatidão, precisão e probabilidade de ocorrência, bem como pela revisão de conceitos de benefício e de valor econômico.

9.2.2 Risco e avaliação

Se os resultados permanecem confiáveis no decorrer do tempo, o empreendimento pode ser qualificado como *livre de risco*. Porém, caso os resultados apresentem alguma volatilidade (por exemplo, flutuações), produto das incertezas inerentes às variáveis relevantes do empreendimento, este pode ser classificado como *de risco* (Fig. 9.1): oferece um risco maior à medida que as variáveis que influem nele apresentam maiores flutuações em seus resultados; caso essas variáveis e, portanto, o próprio empreendimento se mostrem mais estáveis, ele apresentará menos risco. Dessa maneira, é possível resumir um aspecto essencial da análise de risco: *a relação entre a variação esperada dos retornos do empreendimento e o seu valor esperado*.

$$[\text{desvio padrão dos retornos/valor esperado dos retornos}] \quad (9.11)$$

Essa relação, também chamada de *coeficiente de variação dos retornos*, permite qualificar adequadamente o risco associado a um empreendimento. Assim, quanto *menor* se apresente o coeficiente de variação dos retornos associados a um empreendimento, *melhores* serão seus benefícios do ponto de vista da relação risco/retorno.



No caso de uma empresa, a relação risco/retorno de um projeto qualquer pode ser sincronizada com a relação risco/retorno de outro(s) projeto(s), a fim de reduzir o risco da empresa em seu conjunto, já que o risco total inclui dois componentes de risco: o *risco diversificável* e o *não diversificável* (Fig. 9.2).

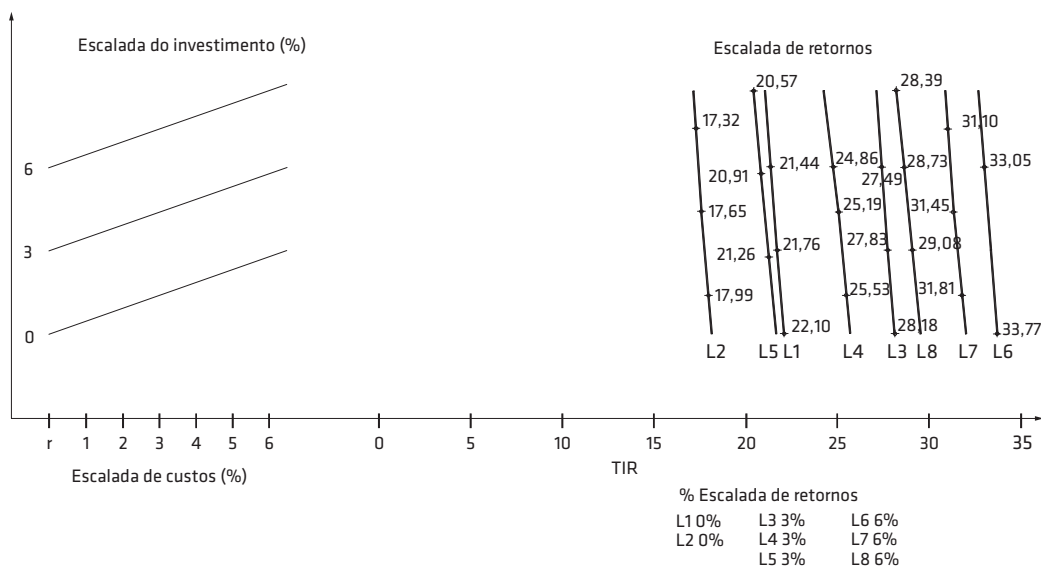


Fig. 9.5 Efeito da escalada na TIR

Identificação dos custos de capital

Normalmente, os custos de capital incluem:

- + custos de preparação;
- + mina;
- + usina;
- + gerais;
- + total;
- + contingência (5%);
- + capital de giro (equivalente a seis meses de produção);
- • • total absoluto: investimento a ser financiado.

Geralmente, os custos de pré-produção incluem um componente de custo da propriedade de projeto.

Identificação dos custos de produção

Os custos de produção incluem:

- + mão de obra (direta e indireta);
- + materiais e reposições;
- + administração;
- + reposição da propriedade de projeto (esse item envolve o conceito de incentivo à reposição de reservas);
- + depreciação;
- + vendas e administração;
- • custo total de produção.

Estimativa do valor de uma propriedade de projeto

Para estimar o valor que será pago por uma jazida, é sempre útil separar a análise em duas partes. Em uma delas, realiza-se a estimativa do retorno que será gerado; na outra, deve-se estimar o valor máximo que será pago pela propriedade.

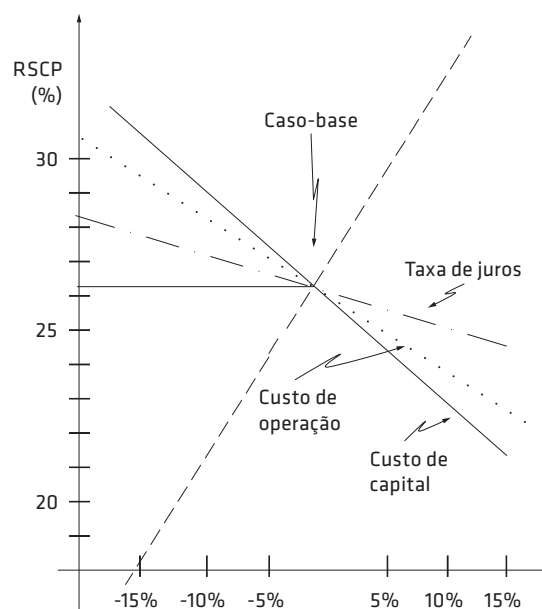


Fig. 9.6 Análise de sensibilidade: retorno sobre o capital próprio (RSCP)

taxa livre de risco de 6% e submetido a flutuações do preço do cobre simuladas com tendência e volatilidade) para o cenário 2, observa-se que este último revaloriza o recurso mineral (Tab. 9.6), de maneira que é possível obter uma maior produtividade econômica da capacidade instalada e do recurso utilizado.

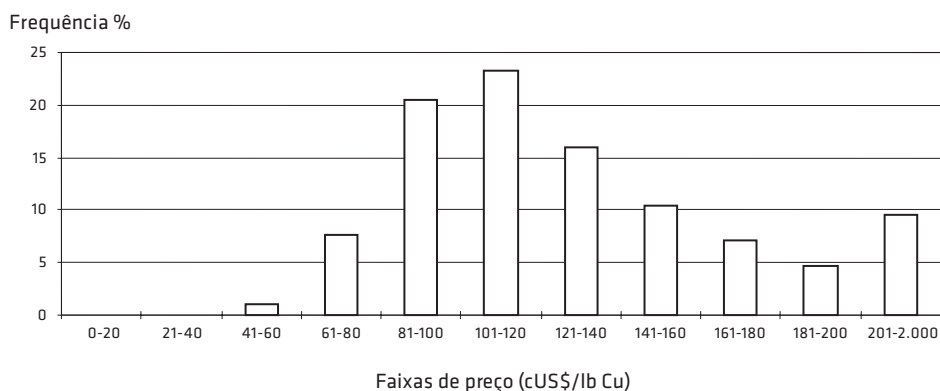


Fig. 9.14 Distribuição de probabilidade ($P_0 = 100$ cUS\$/lb Cu – volatilidade = 9%)

Com o objetivo de melhor precisar o valor agregado da flexibilidade operacional do projeto, foi considerada a mesma série de preços do metal e uma taxa de desconto similar (livre de risco) para os dois cenários analisados: um que está sujeito a flexibilidades de acordo com a relação C/P em cada período (representativo do VPL-OP) e outro que não responde a essa relação, de maneira que seu esquema de produção se apresenta estático no decorrer do tempo. A diferença entre os dois VPLs é o valor da flexibilidade.

Tab. 9.6 VPL do projeto em estudo

Avaliação	VPL-C Cenário 1	VPL-OP Cenário 2
VPL (MUS\$)	1,552	2,714

A Fig. 9.15 ilustra o comportamento da relação C/P para cada período da vida útil do projeto com base em uma iteração do programa de simulação.

Já a Fig. 9.16 mostra o valor dos fluxos de caixa anuais obtidos segundo a razão anteriormente indicada para cada período. Observa-se que, quando a relação C/P é maior que 0,56, os fluxos de caixa do projeto com cobertura são maiores em comparação aos fluxos do projeto sem cobertura.

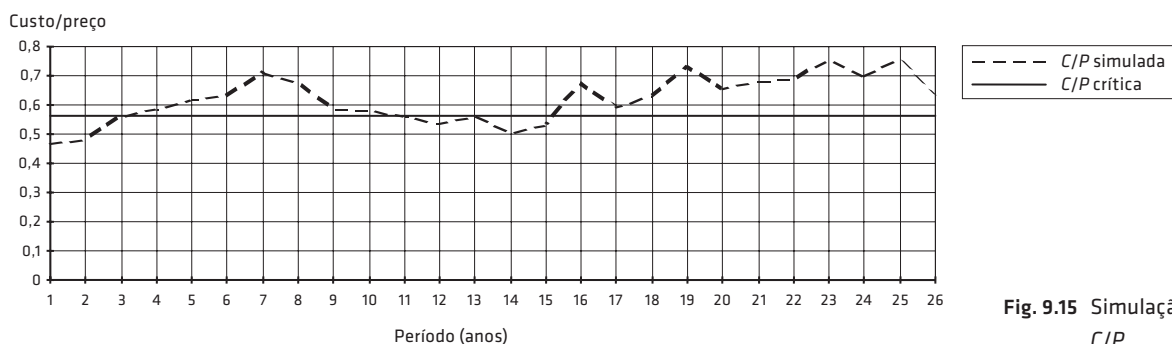


Fig. 9.15 Simulação da relação C/P

Por sua vez, a Fig. 9.17 demonstra o benefício adicional para cada período de cobertura. Nos anos em que a relação C/P se apresenta menor que 0,56, o benefício da cobertura é nulo, pois se recorre ao minério econômico.

A Tab. 9.7 apresenta o valor total de ambos os cenários, da flexibilização aplicada e da porcentagem de minério marginal utilizado na produção.

Parte IV

CERTIFICAÇÃO DE RECURSOS
E RESERVAS

Durante o século XXI, ocorreu uma grande revalorização dos recursos naturais. A demanda por metais e minerais aumentou drasticamente nos países emergentes, especialmente na China, despertando maior interesse não apenas em investidores e analistas, mas também por parte dos Estados e governos, das comunidades e grupos sociais, dos trabalhadores e líderes empresariais.

Especificamente, no âmbito dos recursos minerais, o foco de interesse recaiu sobre as informações derivadas de seu desenvolvimento, cuja base consiste em seu potencial, nas oportunidades que são capazes de oferecer, nos desafios envolvidos e nos benefícios que podem ser alcançados.

No entanto, as incertezas às quais estão sujeitos os recursos minerais dificultam a aquisição de uma série de informações exigidas por todas as partes interessadas nos projetos de mineração, como tonelagens, teores, profundidades e benefícios, méritos e particularidades geológicas, metalúrgicas, geomecânicas, hidrológicas, ambientais, entre outras. As informações, a princípio fragmentadas, são corroboradas, crescem e se aperfeiçoam graças a uma série de estudos e engenharias realizadas sequencialmente no decorrer do tempo e que condizem com o tipo de capital utilizado (capital de risco ou capital de investimento) (Fig. 10.1).

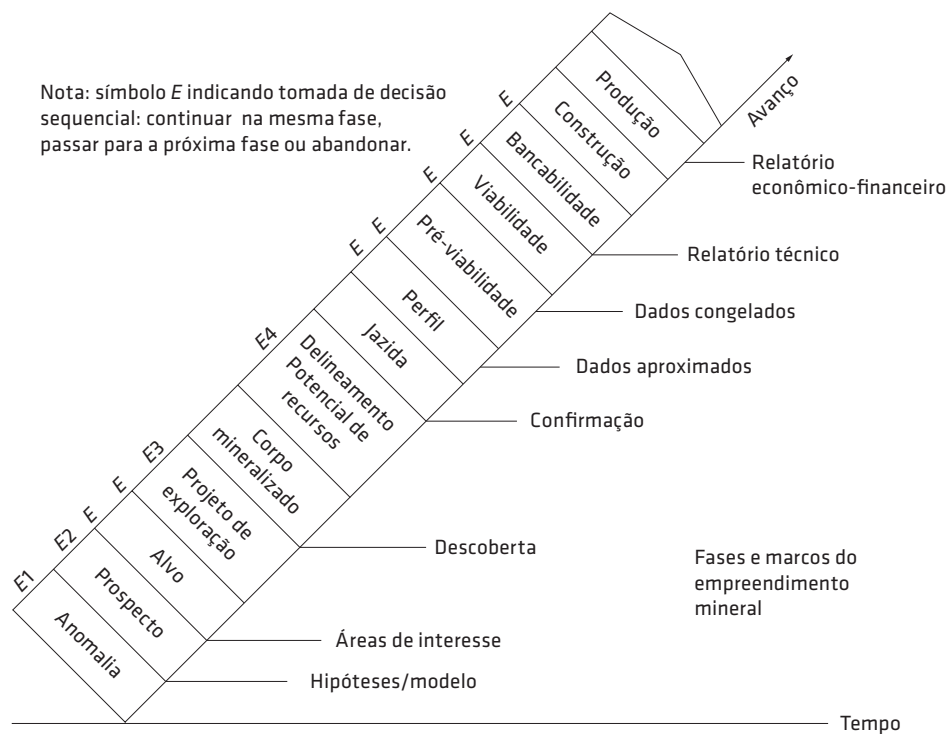


Fig. 10.1 Fases de um empreendimento mineral, em que *E*, *E1*, *E2*, *E3* e *E4* representam as diferentes fases da exploração

Naturalmente, as atividades realizadas durante as fases de exploração e desenvolvimento de um depósito mineralizado vão desde aquelas classificadas

taminantes, de elementos problemáticos no minério e na rocha estéril, a existência de rochas geradoras de ácido, entre outros.

10.1.6 Estudos geomecânicos

Fornecem dados básicos sobre a estrutura do maciço rochoso, condições de esforços *in situ* e qualidade da rocha em geral. Providenciam recomendações a respeito da escavação máxima possível, requerimentos de controle do terreno e limitações do sequenciamento mineral como resultado das condições do terreno, além de um bom entendimento em relação aos esforços gerados à medida que avançam as escavações.

10.1.7 Estudos hidrológicos

Fornecem estimativas dos fluxos de água no decorrer da vida útil da mina em potencial, além de uma avaliação da qualidade das águas. Também podem incluir recomendações relacionadas à drenagem da superfície da mina, ao controle das descargas de água, ao uso das águas superficiais e ao tratamento anterior à descarga final.

10.1.8 Estudos ambientais

Fornecem uma descrição das questões ambientais que poderiam causar impactos no projeto, além de critérios a respeito dos aspectos que devem ser levados em conta durante a fase de planejamento a fim de garantir que os padrões aplicados sejam cumpridos ou excedidos. Geralmente, esses critérios incluem a avaliação dos possíveis impactos no local do projeto e nas áreas adjacentes, incluindo a água (quantidade e qualidade de descargas de água, impactos em leitos de águas locais, pesca), o ar (poeira, ruídos, entre outros) e a terra (impactos na vida selvagem local e nas propriedades próximas, rejeitos, pilhas de estéril e preservação de sítios arqueológicos locais). Os estudos ambientais avaliam esses impactos potenciais e registram os compromissos de mitigação que devem ser incluídos nas solicitações das licenças para a construção e a operação das instalações.

10.1.9 Estudos metalúrgicos

Fornecem informações sobre os requisitos necessários para o processamento do minério (incluindo a granulometria ótima e os parâmetros de lixiviação/flotação), estimativas da recuperação do metal e uma projeção da qualidade dos concentrados e produtos finais.

10.1.10 Estudo das relações comunitárias

As relações comunitárias têm a finalidade de conquistar o aval público do projeto e proporcionar um espaço de discussão para os moradores locais como forma de garantir que suas preocupações e sugestões a respeito do projeto sejam ouvidas. O respaldo da comunidade local fornece uma ajuda essencial para a obtenção de licenças de operação. Por outro lado, essa atividade ajudará a definir a disponibilidade e as oportunidades para a contratação de mão de obra local e a identificar fornecedores e suas capacidades para o treinamento de pessoal.

dimensões de 150 m × 150 m ou de 200 m × 200 m e que depois se transforma em malhas de 75 m × 75 m, 50 m × 50 m ou menores.

Cada amostra de sondagens coletada passa por um processo de preparação para garantir e controlar sua qualidade com o objetivo de realizar posteriormente uma análise química que determinará os teores dos principais elementos (cobre, ouro, molibdênio etc.). Esses teores, uma vez confirmados, constituem a base para estimar os recursos minerais.

Para tanto, subdivide-se a jazida em pequenas malhas ou, melhor, em blocos unitários; alguns deles conterão amostras em seu interior, outros não contarão com nenhuma. Por meio de processos de *variografia* e *krigagem* (interpolação e/ou extrapolação de amostras), são atribuídos os teores dos elementos de valor a cada bloco da jazida. De acordo com a confiabilidade na estimativa de cada bloco, este poderá ser classificado como *medido*, *indicado* ou *inferido*. Paralelamente, devem ser considerados testes preliminares nas áreas de geometurgia, hidrogeologia e geotécnica durante o período da exploração avançada.

As próximas tarefas constituem processos de engenharia que incluem a engenharia básica, a pré-viabilidade e a viabilidade.

10.2.1 Engenharia básica

Nessa etapa, são identificados diversos cenários operacionais e de produção viáveis, com base em dados médios geralmente provenientes da literatura da área de mineração e em estatísticas fornecidas pela indústria, com o intuito de estimar a viabilidade técnico-econômica de um projeto de investimento no depósito (Tab. 10.1).

Tab. 10.1 Estudo de engenharia básica

Porcentagem de engenharia*	2% a 5%
Exatidão dos estimadores de custos	+/-50%
Contingência	+/-30%
Duração média do estudo	4 a 6 meses
Custo de um estudo**	+/-0,1% a 0,3% de custo de capital
Ativos de mineração	Principalmente recursos

Observações: *calculada com base nas atividades de engenharia; **calculado com base no custo total do projeto.

10.2.2 Pré-viabilidade

Essa etapa é baseada nos diferentes cenários concebidos na fase anterior, que são comparados detalhadamente com o objetivo de possibilitar a escolha de um caso-base selecionado. Esse caso é estabelecido levando em conta produtividades específicas, tonelagens e teores confiáveis e precisos, além de cotações formais de equipamentos, maquinarias e instalações.

Os custos operacionais são orçados de acordo com especificações definidas por empreiteiros ou por quantidades e valores auditados. São incorporados testes metalúrgicos específicos, bem como os esquemas dos processos selecionados. Além de consultar formalmente a comunidade, também é realizada uma avaliação do impacto ambiental. Os parâmetros de pré-viabilidade permanecem congelados.

As alternativas viáveis do ponto de vista técnico e econômico encontradas na etapa anterior são avaliadas mais detalhadamente, descartando-se aquelas menos atrativas. Nessa etapa, atribui-se especial atenção à determinação dos custos e benefícios identi-

segurança dos trabalhadores e da produtividade que se espera alcançar. É importante reunir todos os materiais relativos à construção e ao comissionamento para que sejam entregues formalmente ao proprietário do complexo.

10.3 O RELATÓRIO TÉCNICO DE UM PROJETO DE MINERAÇÃO

O objetivo desta seção é contribuir com uma das atividades mais importantes da indústria de mineração: coletar informações sobre os recursos e as reservas minerais, em particular no que diz respeito à *estimativa*, *categorização* e *avaliação* de recursos e reservas.

O grande interesse com relação aos recursos naturais converteu-se, na prática, em uma relação de *oportunidades* versus *vulnerabilidades*: *oportunidades* derivadas de bons retornos, preços altos e superciclos e *vulnerabilidades* resultantes dos regulamentos ambientais, passivos futuros para a comunidade e efeitos sobre a segurança e a salubridade. Assim, o que se busca atualmente é proporcionar um bom nível de confiabilidade para todos os envolvidos a respeito do potencial, do uso e dos resultados obtidos por meio da exploração de um recurso mineral. Portanto, a indústria de mineração tem procurado estabelecer padrões e códigos que sirvam de guia para a elaboração de relatórios dos resultados obtidos em uma exploração mineral e de relatórios que dizem respeito aos recursos e reservas minerais (Fig. 10.2).

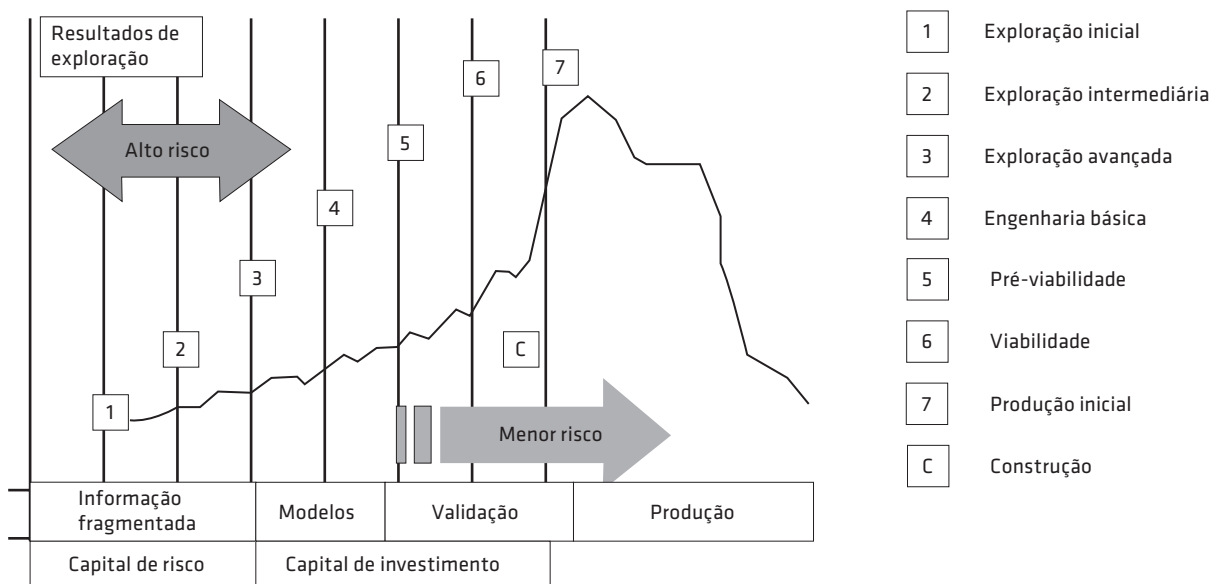


Fig. 10.2 Padrões internacionais de recursos e reservas minerais

Esses padrões e códigos devem estar baseados em princípios caracterizados por três atributos essenciais: a materialidade, a transparência e a competência.

- **Materialidade:** o relatório deve contemplar todas as informações relevantes que podem ser solicitadas por todos os envolvidos com os ativos de mineração e seus consultores com o objetivo de fazer uma avaliação fundamentada a respeito dos benefícios de um ativo.
- **Transparência:** o relatório deve fornecer informações suficientes, cuja apresentação precisa ser clara e objetiva a fim de não suscitar dúvidas em sua leitura.

Parte V

VALORAÇÃO DE RECURSOS
E RESERVAS

Alguns critérios gerais utilizados na indústria de mineração serão revisados e, posteriormente, complementados com algumas métricas de valor aplicadas à valoração de propriedades e empreendimentos minerais. Esse exercício se faz necessário, já que os conceitos de valoração, criação de valor e tributação de recursos e reservas minerais se movimentam em um contexto diferente do cenário de avaliação de projetos de mineração e, mais ainda, de avaliação de empreendimentos que não pertencem a essa área. Tal como a certificação de recursos e reservas, os critérios sobre tributação de ativos de mineração devem ser caracterizados pelos conceitos de materialidade, transparência e competência e devem também incorporar os 27 itens já descritos nos critérios sobre certificação.

As métricas de valoração de ativos minerais incluem a definição dos fundamentos em que são baseadas, de suas metodologias e de suas aplicações às propriedades exploradas, em desenvolvimento, em processo de produção etc.

A seguir, serão apresentadas breves descrições de um padrão internacional que diz respeito à tributação de propriedades (IVS) e de alguns outros padrões internacionais aplicados atualmente (CIMVal, VALMIN, SAMVAL e USMinval).

11.1 PADRÕES INTERNACIONAIS

11.1.1 International Valuation Standards Committee

O International Valuation Standards Committee (IVSC) é uma organização cujo objetivo é desenvolver um conjunto de padrões internacionais de avaliação (IVS) que, presume-se, serão adotados mundialmente. É afiliada à International Accounting Standards Board (IASB), uma iniciativa privada com sede em Londres dedicada ao desenvolvimento, no interesse público, de um conjunto simples de padrões contábeis globais de alta qualidade e inteiramente compreensíveis que necessitam de informações transparentes e comparáveis relacionadas a declarações financeiras. Com um conselho composto de 14 membros de diferentes nacionalidades, cada qual com direito a um voto para a tomada de decisões, a IASB colabora com órgãos nacionais contábeis com o objetivo de aproximar os padrões nacionais dos demais modelos utilizados ao redor do mundo.

Os IVS apresentam o mesmo formato que a maioria dos códigos internacionais (por exemplo, VALMIN, CIMVal, SAMVAL e USMinval). Assim, a consistência entre eles facilita a adaptação a qualquer código nacional, se é que os IVS chegarão a ser reconhecidos futuramente como padrão mundial.

11.1.2 CIMVal (Canadá)

O código CIMVal (Committee on Valuation of Mineral Properties) tem o objetivo de complementar o instrumento nacional 43-101 (código canadense de recursos e reservas minerais) para a valoração de propriedades mineiras. A Mining Standards Task Force (MSTF), da Bolsa de Valores de Toronto e da Comissão de Títulos Imobiliários de Ontário, em um relatório final datado de janeiro de 1999, reco-

Tab. 11.3 Resultados

Variável	Original	Valor máximo	Delta	% delta
Investimento	1.000	1.243	+243	+24,3%
Vida útil	3	2,35	-0,65	-21,7%
Retorno	2.500	2.402	-98	-3,9%
Custos	2.000	2.098	+98	+4,9%
Taxa de desconto	10%	23,4%	+13,4	+134%

11.3.2 Capitalização de fluxos em ambientes de incertezas

Essa métrica considera desconhecidos os dados de entrada utilizados para gerar os fluxos do projeto ou empreendimento e que, com base em apreciações subjetivas ou de outra natureza, é possível estabelecer diversos cenários que ocorrem de acordo com diferentes níveis de probabilidade.

Análise probabilística

Alguns empreendimentos podem ser descritos de acordo com cenários de ocorrência cujos resultados econômicos se distribuem mais ou menos simetricamente ao redor de uma média, estando sujeitos a ponderadores probabilísticos. Nesses casos, vale a pena determinar o valor médio ponderado dos resultados econômicos e, além disso, a dispersão típica desse valor médio. Assim, é possível associar esses dois parâmetros a uma distribuição normal de resultados econômicos e determinar a probabilidade de que esses resultados se apresentem maiores que um valor mínimo determinado. Tudo isso com base nas áreas compreendidas pela distribuição normal padrão. As áreas correspondentes podem ser obtidas em tabelas estatísticas específicas.

Exemplo

Considere-se um projeto avaliado em diferentes cenários com uma taxa livre de risco de 4%. A taxa inclui, para cada cenário, um risco de 10% e o investimento é de 10.000 UF (Tabs. 11.4 e 11.5).

Tab. 11.4 Exemplo de análise probabilística

	1	2	3	Probabilidade
Condições boas	1.000	1.000	1.000	0,10
Condições médias/boas	800	800	800	0,20
Condições médias	600	600	600	0,40
Condições médias/ruins	400	400	400	0,20
Condições ruins	200	200	200	0,10

Tab. 11.5 Exemplo de análise probabilística utilizando uma taxa livre de risco de 4%

	VPL		Probabilidade	$(VPL - VPL \text{ esperado})^2 \times \text{probabilidade}$
Condições boas	1.775	0,1	177,5	$(1775 - 665)^2 \times 0,10 = 123,210$
Condições médias/boas	1.220	0,2	244,0	$(1220 - 665)^2 \times 0,20 = 61,605$
Condições médias	665	0,4	266,0	$(665 - 665)^2 \times 0,40 = 0,0$
Condições médias/ruins	110	0,2	22,0	$(110 - 665)^2 \times 0,20 = 61,605$
Condições ruins	-445	0,1	-44,5	$(-445 - 665)^2 \times 0,10 = 123,210$
			VPL esperado = 665	Variância = 369,630

11.3.3 Capitalização de fluxos com incidência de riscos

Os impactos das decisões futuras sobre o retorno podem ser analisados, conforme o caso anterior, com base em suposições. Se tais suposições se apresentam desprovidas de um formalismo que inter-relacione as possíveis altas e baixas no valor do ativo e não respondem a fundamentos financeiros validados, mas, antes, são baseadas tão somente em conjecturas de caráter intuitivo que transitam ao longo dos vários cenários que podem suceder no decorrer do tempo, o valor obtido pode subvalorizar ou sobrevalorizar o empreendimento em estudo (Fig. 11.2).

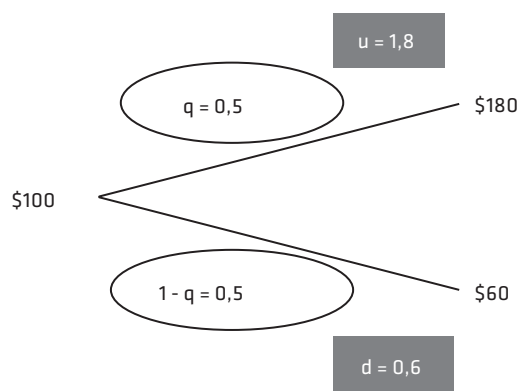


Fig. 11.2 Subvalorização ou sobrevalorização de ativos

Exemplo

Considere-se que o alvo de interesse seja um empreendimento cujo valor presente é de 100 UF e cujo preço de venda é de 102 UF. De alguma maneira, dispondo de informações que facilitem uma análise mais objetiva das expectativas desse empreendimento, é possível projetar que, em um ano, seu potencial pode derivar tanto em crescimento e aumento de seu valor até 180 UF quanto em decrescimento e diminuição para 60 UF. Na ausência de dados mais detalhados, deve-se assumir que cada uma dessas possibilidades tem uma probabilidade de ocorrência de 50%. Com base nesses dois cenários, qual seria o valor presente do empreendimento

diante dos prováveis cenários de ocorrência?

Deve-se determinar, primeiro, a taxa de desconto correspondente.

No caso desse projeto, que supõe parâmetros sem o apoio de fundamentos financeiros validados, o valor presente dos prováveis retornos é dado por:

$$Vo = [0,5 \times 180 \text{ US\$} + 0,5 \times 60 \text{ US\$}] / (1,0 + X) = 100 \text{ MUS\$}$$

$$X = 0,20 \gg 20\%$$

E o VPL do empreendimento será:

$$VPL = \{[0,5 \times 180 \text{ US\$} + 0,5 \times 60 \text{ US\$}] / 1,20\} \text{ MUS\$} - 102 \text{ MUS\$}$$

$$VPL = 100 \text{ MUS\$} - 102 \text{ MUS\$} = -2 \text{ MUS\$}$$

Deve-se optar, portanto, por não dar início ao projeto.

Caso não sejam realizadas suposições e não se busque *transparência*, *materialidade* e *competência* nas informações, pode-se afirmar que a valoração com incidências de riscos associada ao desenvolvimento do projeto é a técnica que melhor se adéqua ao esforço realizado pelos responsáveis técnicos com o objetivo de elaborar um relatório confiável, íntegro e com amplo respaldo. Isso porque, para garantir os parâmetros de um projeto ou empreendimento, o responsável técnico (*competent person*) deve diminuir as incertezas relevantes de maneira que seja possível focar naquelas que de fato afetam o empreendimento, como a variabilidade dos preços dos metais, as alternativas de desenvolvimento do projeto e a taxa de desconto considerada equivalente a uma taxa livre de risco em virtude da delimitação das incertezas.

despesa incorrida é normalmente utilizada nos casos em que as informações são insuficientes para suprir as métricas anteriormente indicadas.

No entanto, todas as práticas contábeis aplicadas e relativas ao reconhecimento do ativo devem ser cuidadosamente declaradas, e é necessário garantir que tenham sido realizados todos os testes relevantes utilizados para detectar eventuais anomalias ou deficiências.

11.3.6 Capitalização por meio da aplicação do método geocientífico de Kilburn

O método geocientífico proposto em 1990 por Lionel Kilburn para a valoração de propriedades mineiras que não dispõem de reservas exploráveis atribui pontuações a quatro fatores geocientíficos associados à concessão: o *distrito* em que a concessão está localizada; o *prospecto* em termos geocientíficos; o *alvo*, que representa a área que será investigada; e os *sinais geológicos* disponíveis.

Essencialmente, esse método demonstra o processo de avaliação de maneira palpável. Considera-se, primeiro, os gastos de concessão e manutenção anuais de um hectare nos terrenos que se deseja acessar (esse valor é denominado custo básico de aquisição, CBA); depois, devem ser considerados os quatro fatores citados anteriormente: (I) o distrito ou localização, (II) o prospecto ou área de interesse, (III) o alvo ou zona a ser investigada e (IV) os sinais geológicos. Ao término do processo, é possível agregar um quinto fator (V), incorporando as expectativas do mercado (Tab. 11.13). A pontuação atribuída a cada fator será relevante para um cálculo posterior.

Tab. 11.13 Custo básico de aquisição

Fator	Intervalo de pontuação
(I) distrito	1,0-10
(II) prospecto	1,0-10
(III) alvo	0,5-10
(IV) sinais geológicos	0,1-10
(V) expectativas do mercado	0,5-3

O produto dos quatro fatores, (I) $\times$ (II) $\times$ (III) $\times$ (IV) – eventualmente considerando-se também o quinto, (V) –, multiplicado pelo CBA fornece o valor do hectare em estudo, que, multiplicado pelo número de hectares, resulta finalmente no valor da propriedade.

A aplicação desse método fornece algumas vantagens, uma vez que:

- incorpora a análise técnica do geólogo em uma fase de exploração em que as informações disponíveis ainda são muito fragmentadas e não permitem, portanto, a confirmação de modelos;
- permite caracterizar e relacionar quatro conceitos fundamentais para o potencial de um ativo de mineração: a localização, o prospecto, o alvo e os sinais geológicos;
- estabelece uma métrica ou pontuação representada por uma escala relativa que pode ser reduzida ou ampliada de acordo com o critério adotado pelo geólogo;
- o método já foi aplicado no Canadá (British Columbia Securities Commission), seu país de origem, e na Austrália (Snowden, 2002);
- associa um valor à área de terrenos superficiais (em hectares), que pode ser calculado de acordo com a circunstância.

O método, utilizado para a valorização de concessões sem a presença de informações verificáveis (sondagens, trincheiras, poços), requer considerável competência e experiência geológica para quantificar subjetivamente os atributos dos quatro fatores rele-

SOBRE O AUTOR

Edmundo Tulcanaza é engenheiro civil de minas. Egresso da Universidade do Chile, realizou estudos de especialização na França (Centro de Geoestatística de Fontainebleau), na Société d'Économie et de Mathématiques Appliquées (Sema, Paris), e em Harvard, no Departamento de Ciências Geológicas, em Cambridge, Massachusetts (EUA).

Sua carreira profissional inclui cargos na Empresa Minera de Mantos Blancos e na Empresa Nacional de Minería (Enami), além de consultorias para a Centromin Peru, Minero Perú, Compañía de Minas Buenaventura, Colurano, BHP Ingeniería e para diversas empresas de engenharia internacionais, como PAH, Fluor Daniels, Bechtel, entre outras. Em parceria com a Davy Corporation, no Minerals & Metals Center de San Francisco, Califórnia, o autor dedicou-se por mais de uma década a projetos nos Estados Unidos, Papua-Nova Guiné, China e América do Sul. Atualmente, Tulcanaza preside o Committee for Mineral Reserves International Reporting Standards (CRIRSCO) e dirige o Centro de Estudios Mineros em Santiago, que realiza consultorias e capacitação em certificação de reservas, valoração de ativos, auditorias, *due diligences* e planos estratégicos para o setor de mineração.

O autor ministrou cursos e seminários em várias universidades e companhias de mineração na América do Sul. Algumas dessas atividades foram patrocinadas pelo Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (PNUD), pela Organização de Estados Americanos (OEA) e por institutos profissionais.

Investir ou não em um empreendimento mineral?

Em face de questões recorrentes na exploração de recursos minerais, como qualidade e quantidade das reservas, flutuação de preços e as restrições ambientais e legais, *Avaliação de empreendimentos e recursos minerais* fornece subsídios para a tomada dessa decisão.

Apresentando as formulações para equacionar os aspectos decisivos, apoiadas em técnicas e procedimentos estatísticos, geoestatísticos e econômicos, permite limitar as incertezas dos recursos e avaliar os erros e flutuações de seus principais parâmetros.

O livro aborda desde bases probabilísticas e análise multivariada até estimativas de recursos *in situ* e estratégias de extração mineral. Esse conteúdo, ampliado por dois novos capítulos, na versão brasileira, sobre certificação e valoração de recursos e reservas minerais, possibilita traçar melhores projeções e resultados para empreendimentos minerais.

Por meio de uma sólida base conceitual, explicações passo a passo dos cálculos utilizados e diversos exemplos práticos, *Avaliação de empreendimentos e recursos minerais* oferece aos estudantes, geólogos, engenheiros e economistas a base necessária para uma análise mais completa e confiável de estudos e projetos associados a empreendimentos minerais.

ISBN 978-85-7975-189-9



9 788579 751899

